



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

(5500) MATEMATIKK

12.12.2008

Tid:	5 timar, 09:00 – 14:00
Målform:	Bokmål/nynorsk
Sidetal:	5, inkludert framsida
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på nettet, via Arena høgskole. I tillegg finn du eksamensresultatlistar på utsida av eksamenskontoret. Desse listene opplyser kun kandidatnummer og karakter, så hugs kandidaþnummeret ditt frå eksamen.



**(5500) M A T E M A T I K K**Tid: 5 timer (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL**Oppgave 1**En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = 4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$ a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x -verdier: $-3, -2, -1, 0, 1, 2$.Vis at f kan skrives som: $f(x) = (2x - 1)^2(x + 2)$ Avgjør hvor funksjonen f er positiv, hvor den er negativ og hvor den har nullpunkt.b) Bestem $f'(x)$.Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.Sett opp lokale ekstrem punkt for f og avgjør om noen av dem er globale.c) Bestem $f''(x)$.Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn vendepunktet til f .Skisser grafen til f .d) Finn likningen for tangenten til grafen til f når $x = -1$ og merk den av på grafskissa.Bestem verdien A der

$$A = \int_{-1}^1 (-3x + 6) dx - \int_{-1}^1 (4x^3 + 4x^2 - 7x + 2) dx$$

Merk av det området på grafskissen som A kan sies å angi størrelsen på.**Oppgave 2**Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = \frac{1}{2} \ln(2x + 1) - x^2 - x$ Sett opp definisjonsområdet til funksjonen g .Bestem $g'(x)$ og vis at g har et globalt maksimum i origo.

Oppgave 3

- a) Kari Berg har satt inn i banken et beløp på 10 000 kr til en rente på 6% årlig. Hva er verdien av beløpet etter 2 år og etter 4 år? Hvor mange år går det (ca) før verdien av beløpet er 15 000 kr?

Kari og Ola Berg skal pusse opp huset sitt og trenger et lån på 200 000 kr. Fra Bø Sparebank får de et tilbud om lån med pant i huset til en rente på 7.1% årlig. Lånet skal nedbetales over 10 år med et fast årlig beløp, første gang om ett år. Hva blir det årlige beløpet som ekteparet Berg skal betale?

Ekteparet Berg har også fått tilbud om Universallån på 200 000 kr fra Citybank til 10.6% årlig rente uten krav om pant i huset. Hvor mye mer må ekteparet Berg betale pr år dersom dette lånet nedbetales etter samme plan som lånet fra Bø Sparebank?

- b) Ola Berg er medlem i Breisås idrettslag. Medlemskontingenten for 2008 er 500 kr. Styret i idrettslaget har vedtatt at kontingenten skal settes opp med 3% i året hvert år framover. Hva blir kontingenten for 2009, 2010 og 2015? Hva er nåverdien av medlemskontingenten for 2009, 2010 og 2015 dersom vi regner med årlig rente på 6%?

Breisås idrettslag tilbyr sine medlemmer livsvarig medlemskap for 4500 kr. Ola Berg regner med å være medlem fram til og med år 2020. Vil det lønne seg for Ola å betale for livsvarig medlemskap framfor å betale de årlige medlemskontingentene i årene fra og med 2008 til og med 2020?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = x^3 + 8y - x^3y$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .
- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig ett stasjonært punkt: $(2, 1)$, og klassifiser dette stasjonære punktet.

Skisser området D i xy -planet der: $D = \{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \}$

Finn minimum for funksjonen h over området D .

Oppgave 5

- a) For to utfall A og B er det gitt at $P(A) = 0.90$, $P(B) = 0.85$ og $P(A \cap B) = 0.80$. Er A og B uavhengige utfall? Regn ut $P(\overline{A})$, $P(A \cup B)$ og $P(B|A)$.
- b) En bedrift har to kopimaskiner. Vi lar A være utfallet at den første maskinen virker en hel arbeidsdag, og B er utfallet at den andre virker en hel arbeidsdag. Vi antar som i a) at $P(A) = 0.90$, $P(B) = 0.85$ og $P(A \cap B) = 0.80$

Forklar kort hva de 3 sannsynlighetene som du har regnet ut i a), uttrykker når det gjelder bedriftens kopimaskiner.

Vi betrakter en arbeidsuke (= 5 dager) og antar at om en maskin virker en hel arbeidsdag eller ikke, er uavhengig av hva som skjer de andre arbeidsdagene i uken.

Hva er sannsynligheten for at begge kopimaskinene virker alle 5 arbeidsdagene i uken? Hva er sannsynligheten for at det er minst én dag i uken da begge kopimaskinene i bedriften får en stopp?



(5500) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timar (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetal: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgåve 1

Ein funksjon f er gitt ved at: $f(x) = 4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$

a) Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande x -verdiar: -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 .

Vis at f kan skrivast som: $f(x) = (2x - 1)^2(x + 2)$

Avgjer kor funksjonen f er positiv, kor han er negativ og kor han har nullpunkt.

b) Bestem $f'(x)$.

Avgjer kor funksjonen f er veksande og kor han er avtakande.

Sett opp lokale ekstrepunkt for f og avgjer om nokon av dei er globale.

c) Bestem $f''(x)$.

Gjer greie for korleis grafen til f krummar og finn vendepunktet til f .

Skisser grafen til f .

d) Finn likninga for tangenten til grafen til f når $x = -1$ og merk han av på grafskissa.

Bestem verdien A der

$$A = \int_{-1}^1 (-3x + 6) dx - \int_{-1}^1 (4x^3 + 4x^2 - 7x + 2) dx$$

Merk av det området på grafskissa som A kan seiast å gi storleiken på.

Oppgåve 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = \frac{1}{2} \ln(2x + 1) - x^2 - x$

Sett opp definisjonsområdet til funksjonen g .

Bestem $g'(x)$ og vis at g har eit globalt maksimum i origo.

Oppgave 3

- a) Kari Berg har satt inn i banken eit beløp på 10 000 kr til ei rente på 6% årleg. Kva er verdien av beløpet etter 2 år og etter 4 år? Kor mange år går det (ca) før verdien av beløpet er 15 000 kr?

Kari og Ola Berg skal pusse opp huset sitt og treng eit lån på 200 000 kr. Frå Bø Sparebank får dei eit tilbod om lån med pant i huset til ei rente på 7.1% årleg. Lånet skal nedbetalast over 10 år med eit fast årleg beløp, første gang om eitt år. Kva blir det årlege beløpet som ekteparet Berg skal betale?

Ekteparet Berg har også fått tilbod om Universallån på 200 000 kr frå Citybank til 10.6% årleg rente utan krav om pant i huset. Kor mykje meir må ekteparet Berg betale pr år dersom dette lånet nedbetalast etter same plan som lånet frå Bø Sparebank?

- b) Ola Berg er medlem i Breisås idrettslag. Medlemskontingenten for 2008 er 500 kr. Styret i idrettslaget har vedtatt at kontingenten skal settast opp med 3% i året kvart år framover. Kva blir kontingenten for 2009, 2010 og 2015? Kva er nåverdien av medlemskontingenten for 2009, 2010 og 2015 dersom vi rekner med årleg rente på 6%?

Breisås idrettslag tilbyr sine medlemmer livsvarig medlemskap for 4500 kr. Ola Berg rekner med å vere medlem fram til og med år 2020. Vil det løne seg for Ola å betale for livsvarig medlemskap framfor å betale dei årlege medlemskontingentane i åra frå og med 2008 til og med 2020?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = x^3 + 8y - x^3y$

- a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .
- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig eitt stasjonært punkt: $(2, 1)$, og klassifiser dette stasjonære punktet.
- c) Skisser området D i xy -planet der: $D = \{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \}$
Finn minimum for funksjonen h over området D .

Oppgave 5

- a) For to utfall A og B er det gitt at $P(A) = 0.90$, $P(B) = 0.85$ og $P(A \cap B) = 0.80$.
Er A og B uavhengige utfall? Rekn ut $P(\overline{A})$, $P(A \cup B)$ og $P(B|A)$.

- b) Ei bedrift har to kopimaskiner. Vi lar A vere utfallet at den første maskina virker ein heil arbeidsdag, og B er utfallet at den andre virker ein heil arbeidsdag. Vi antar som i a) at $P(A) = 0.90$, $P(B) = 0.85$ og $P(A \cap B) = 0.80$

Forklar kort kva dei 3 sannsynleghetene som du har rekna ut i a), uttrykker når det gjeld bedrifta sine kopimaskiner.

Vi ser på ei arbeidsveke (= 5 dagar) og antar at om ei maskin virker ein heil arbeidsdag eller ikkje, er uavhengig av kva som skjer dei andre arbeidsdagane i veka.

Kva er sannsynlegheten for at begge kopimaskinene virker alle 5 arbeidsdagane i veka? Kva er sannsynlegheten for at det er minst éin dag i veka då begge kopimaskinene i bedrifta får ein stopp?