



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

(6001) MATEMATIKK

10.12.2009

Tid:	5 timar, 09:00 – 14:00
Målform:	Bokmål/nynorsk
Sidetal:	5, inkludert framsida
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på studentweb.





(6001) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timer (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$

- a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x -verdier: $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Vis at f kan skrives som: $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 7)$

Avgjør hvor funksjonen f er positiv, hvor den er negativ, og hvor den har nullpunkt.

- b) Bestem $f'(x)$.

Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.

Sett opp lokale ekstrepunkt for f og avgjør om noen av dem er globale.

- c) Bestem $f''(x)$.

Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn vendepunktene til f .

Skisser grafen til f .

- d) Finn likningen for den rette linjen gjennom punktene $(-2, 1)$ og $(3, 16)$, og merk den av på grafskissen.

Bestem verdien A der
$$A = \int_0^1 (3x + 7) dx - \int_0^1 (x^4 - 8x^2 + 7) dx$$

Merk av det området på grafskissen som A kan sies å angi størrelsen på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = x + \ln(x^2 + 1)$

Vis at grafen til funksjonen g går gjennom origo.

Bestem $g'(x)$ og avgjør om g har noen ekstrepunkt.

Oppgave 3

- a) Kari har satt inn i banken et beløp på 30 000 kr til en rente på 2.5 % årlig.
Hva er verdien av beløpet etter 1 år, 3 år og 10 år?
Hvor mange år vil det ta før det står 50 000 kr på kontoen?
Hva må den årlige renten være for at Kari's beløp på 30 000 kr skal vokse til 50 000 kr på 15 år?
- b) Kari kjøpte i 2006 en ny bil til 270 000 kr. Hun regner med at verditapet på bilen er 20 % det første året, 15 % det andre året og 10 % det tredje året. Hvilken verdi har bilen etter 3 år dersom Kari's antakelser om verditap er riktige?
Kari solgte bilen etter nøyaktig 3 år for 160 000 kr. Hva ble gjennomsnittlig årlig prosentvis verditap på bilen i de 3 åra Kari eide den?
- c) Ola har tatt opp et lån på 1 200 000 kr til kjøp av hus. Renten er 4.0 % årlig, og nedbetalingen skal skje over 20 år med et fast årlig beløp, første gang om ett år. Hva er det årlige beløpet som Ola skal betale?
Etter 2 år, rett etter at Ola har gjennomført andre nedbetaling på lånet, settes renten opp til 5.0 %. Hva er det nye årlige beløpet som Ola skal betale?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = 4x^2 - x^2y - 4y + y^2$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .
- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(0, 2)$, $(-2, 4)$ og $(2, 4)$.
Klassifiser de stasjonære punktene.
Skisser området D i xy -planet der: $D = \{ (x, y) \mid -2 \leq x \leq 2, \ x^2 \leq y \leq 4 \}$
Finn minimum for funksjonen h over området D .



(6001) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timar (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetal: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgåve 1

Ein funksjon f er gitt ved at: $f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$

- a) Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande x -verdiar: $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Vis at f kan skrivast som: $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 7)$

Avgjer kor funksjonen f er positiv, kor han er negativ, og kor han har nullpunkt.

- b) Bestem $f'(x)$.

Avgjer kor funksjonen f er veksande og kor han er avtakande.

Sett opp lokale ekstrepunkt for f og avgjer om nokon av dei er globale.

- c) Bestem $f''(x)$.

Gjer greie for korleis grafen til f krummar og finn vendepunkta til f .

Skisser grafen til f .

- d) Finn likninga for den rette lina gjennom punkta $(-2, 1)$ og $(3, 16)$, og merk ho av på grafskissa.

Bestem verdien A der
$$A = \int_0^1 (3x + 7) dx - \int_0^1 (x^4 - 8x^2 + 7) dx$$

Merk av det området på grafskissa som A kan seiast å gi storleiken på.

Oppgåve 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = x + \ln(x^2 + 1)$

Vis at grafen til funksjonen g går gjennom origo.

Bestem $g'(x)$ og avgjer om g har noko ekstrepunkt.

Oppgave 3

- a) Kari har satt inn i banken eit beløp på 30 000 kr til ei rente på 2.5 % årleg.

Kva er verdien av beløpet etter 1 år, 3 år og 10 år?

Kor mange år vil det ta før det står 50 000 kr på kontoen?

Kva må den årlege renta være for at Kari sitt beløp på 30 000 kr skal vekse til 50 000 kr på 15 år?

- b) Kari kjøpte i 2006 ein ny bil til 270 000 kr. Ho reknar med at verditapet på bilen er 20 % det første året, 15 % det andre året og 10 % det tredje året. Kva for verdi har bilen etter 3 år dersom Kari sine antakingar om verditap er riktige?

Kari selde bilen etter nøyaktig 3 år for 160 000 kr. Kva blei gjennomsnittleg årleg prosentvis verditap på bilen i dei 3 åra Kari eigde han?

- c) Ola har tatt opp eit lån på 1 200 000 kr til kjøp av hus. Renta er 4.0 % årleg, og nedbetalinga skal skje over 20 år med eit fast årleg beløp, første gang om eitt år. Kva er det årlege beløpet som Ola skal betale?

Etter 2 år, rett etter at Ola har gjennomført andre nedbetaling på lånet, settast renta opp til 5.0 %. Kva er det nye årlege beløpet som Ola skal betale?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = 4x^2 - x^2y - 4y + y^2$

- a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .
- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(0, 2)$, $(-2, 4)$ og $(2, 4)$. Klassifiser dei stasjonære punkta.
- c) Skisser området D i xy -planet der: $D = \{ (x, y) \mid -2 \leq x \leq 2, \quad x^2 \leq y \leq 4 \}$
Finn minimum for funksjonen h over området D .