



(5500) MATEMATIKK

Tid: 5 timer (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$

a) Vis at f kan skrives som: $f(x) = x^2(x - 2)^2$

Sett opp nullpunktene til funksjonen f og grunngi at f er positiv overalt utenom nullpunktene.

b) Finn $f'(x)$. Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.

Finn de lokale ekstrepunktene for f og avgjør om noen av dem er globale.

Finn $f''(x)$, forklar hvordan grafen til f krummer og finn vendepunktene.

c) Skisser grafen til f når $-1 \leq x \leq 3$.

Finn likningen for den rette linja som skjærer grafen til f både når $x = 0$ og $x = 3$, og tegn den inn på grafskissa. Bestem verdien A der

$$A = \int_0^3 3x \, dx - \int_0^3 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) \, dx$$

Merk av det området på grafskissa som A kan sies å angi størrelsen på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = \ln(x^2 + x + 1)$

Sett opp definisjonsområdet til funksjonen g og finn nullpunktene.

Avgjør om g har noen globale ekstrepunkt.

Oppgave 3

- a) Hva er verdien av et innskudd på 80 000 kr etter 2 år og 5 år med 4% årlig rente?
Hva er nåverdien av 120 000 kr utbetalt om 5 år ved 4% årlig rente?
Dersom det 2 år etter et innskudd på 80 000 kr til 4% årlig rente blir gjort et nytt innskudd for å sikre at det står 120 000 på kontoen etter 5 år, hva må da det nye innskuddet være?
- b) Vis at en årlig rente på 21% svarer til en månedsrente på 1.6%.
Et forbrukslån på 30 000 skal i følge reklamen nedbetales med 72 månedlige betalinger à 705 kr over 6 år, første betaling er en måned etter låneopptak. Kontroller at dette stemmer (i hele kr) dersom månedlig rente er 1.6%.
Beregn verdien V av alle betalingene på et slikt lån umiddelbart etter siste betaling.

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = x^2y - y^2 - x^2 + y = (x^2 - y)(y - 1)$

- a) Finn alle de partielle deriverte av 1. og 2. orden for h .
- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(-1, 1)$, $(0, \frac{1}{2})$ og $(1, 1)$.
Klassifiser alle de tre stasjonære punktene.
 D er et område i xy -planet gitt ved at: $D = \{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1 \}$
Skisser området D i xy -planet og finn maksimum for funksjonen h over området D .

Oppgave 5

- a) For to utfall A og B er det gitt at $P(A) = 0.40$, $P(B) = 0.60$ og $P(A \cup B) = 0.70$.
Finn $P(A \cap B)$ og avgjør om A og B er disjunkte utfall.
Avgjør om A og B er uavhengige utfall og finn $P(B \mid A)$.
- b) I en spørrekonkurranse på TV blir 8 deltakere bedt om å rangere 4 opplysninger, f.eks. 4 fjell fra det laveste til det høyeste.
Grunngi at dersom en deltaker bare tipper tilfeldig, så er sannsynligheten for å få rett rekkefølge $1/24$.
Anta at alle 8 deltakerne tipper rekkefølgen helt tilfeldig og uavhengig av hverandre.
Hva er sannsynligheten for at ingen av dem får rett rekkefølge?