



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

(5500) MATEMATIKK

04.06.2010

Tid:	5 timar, 09:00 – 14:00
Målform:	Bokmål/nynorsk
Sidetal:	5, inkludert framsida
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på studentweb.



Avdeling for allmennvitenskaplege fag.



(5500) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timer (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$

a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x -verdier: $-2, -1, 0, 1, 2$.

Vis at f kan skrives som: $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 3)$

Avgjør hvor funksjonen f er positiv, hvor den er negativ, og hvor den har nullpunkt.

b) Bestem $f'(x)$ og vis at f har kun *ett* ekstrempunkt.

Bestem $f''(x)$ og vis at grafen til f er konveks for alle x .

c) Skisser grafen til f .

Bestem verdien av integralet $\int_0^1 (x^4 + 2x^2 - 3) dx$

Merk av et område på skissa som denne verdien kan brukes til å angi størrelsen på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = 2x + \ln(x^2 + 1)$

Vis at grafen til funksjonen g går gjennom origo.

Bestem $g'(x)$ og avgjør om g har noen ekstrempunkt.

Oppgave 3

- a) Ola har satt inn i banken et beløp på 20 000 kr til en rente på 3.25 % årlig.
Hva er verdien av beløpet etter 1 år, 3 år og 10 år?
Hvor mange år vil det ta før det står 35 000 kr på kontoen?
Hva må den årlige renten være for at Olas beløp på 20 000 kr skal vokse til 35 000 kr på 10 år?
- b) Kari har tatt opp et lån på 1 600 000 kr til kjøp av hus. Renten er 4.5 % årlig, og nedbetalingen skal skje over 25 år med et fast årlig beløp, første gang om ett år. Hva er det årlige beløpet som Kari skal betale?
Etter 3 år, rett etter at Kari har gjennomført tredje betaling på lånet, settes renten opp til 5.5 %. Hva er det nye årlige beløpet som Kari skal betale?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = y^2 + 16x^2 - x^2y - 16y$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .
- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(0, 8)$, $(-4, 16)$ og $(4, 16)$.
Klassifiser de stasjonære punktene.
Skisser området D i xy -planet der: $D = \{ (x, y) \mid -4 \leq x \leq 4, x^2 \leq y \leq 16 \}$
Finn minimum for funksjonen h over området D .

Oppgave 5

- a) Fra en matematikk-klasse på $N = 15$ elever skal det trekkes ut 4 elever som skal opp til muntlig eksamen.
Hvor mange mulige utvalg fins det dersom trekningen er ordnet og hvor mange mulige utvalg fins det dersom den er ikke-ordnet?
I klassen er det 6 gutter og 9 jenter. Hva er sannsynligheten for at utvalget består av to gutter og to jenter?
- b) I denne oppgaven antar vi at 7 % av norske menn og 1 % av norske kvinner er fargeblinde (fargesvake). Vi antar dessuten at 48 % av den norske befolkningen er kvinner. Vi tenker oss at vi trekker ut en tilfeldig norsk person og lar A være utfallet at den uttrukne er fargeblind, mens B er utfallet at den uttrukne er en kvinne.
Formuler opplysningene i oppgaven som sannsynligheter for A og B .
Regn ut $P(A)$. Hva uttrykker denne sannsynligheten?
Hvor mange prosent av de fargeblinde i den norske befolkningen er kvinner? Regn ut en sannsynlighet som gir svar på dette spørsmålet.

(5500) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timar (09⁰⁰ - 14⁰⁰)
Sidetal: 2
Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgåve 1

Ein funksjon f er gitt ved at: $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$

a) Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande x -verdiar: $-2, -1, 0, 1, 2$.

Vis at f kan skrivast som: $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 3)$

Avgjer kor funksjonen f er positiv, kor han er negativ, og kor han har nullpunkt.

b) Bestem $f'(x)$ og vis at f har kun *eitt* ekstrepunkt.

Bestem $f''(x)$ og vis at grafen til f er konveks for alle x .

c) Skisser grafen til f .

Bestem verdien av integralet $\int_0^1 (x^4 + 2x^2 - 3) dx$

Merk av eit område på grafskissa som denne verdien kan brukast til å gi storleiken på.

Oppgåve 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = 2x + \ln(x^2 + 1)$

Vis at grafen til funksjonen g går gjennom origo.

Bestem $g'(x)$ og avgjer om g har noko ekstrepunkt.

Oppgave 3

- a) Ola har satt inn i banken eit beløp på 20 000 kr til ei rente på 3.25 % årleg. Kva er verdien av beløpet etter 1 år, 3 år og 10 år?
Kor mange år vil det ta før det står 35 000 kr på kontoen?
Kva må den årlege renta være for at Ola sitt beløp på 20 000 kr skal vekse til 35 000 kr på 10 år?
- b) Kari har tatt opp eit lån på 1 600 000 kr til kjøp av hus. Renta er 4.5 % årleg, og nedbetalinga skal skje over 25 år med eit fast årleg beløp, første gang om eitt år. Kva er det årlege beløpet som Kari skal betale?
Etter 3 år, rett etter at Kari har gjennomført tredje betaling på lånet, settast renta opp til 5.5 %. Kva er det nye årlege beløpet som Kari skal betale?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = y^2 + 16x^2 - x^2y - 16y$

- a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .
- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(0, 8)$, $(-4, 16)$ og $(4, 16)$.
Klassifiser dei stasjonære punkta.
Skisser området D i xy -planet der: $D = \{ (x, y) \mid -4 \leq x \leq 4, x^2 \leq y \leq 16 \}$
Finn minimum for funksjonen h over området D .

Oppgave 5

- a) Frå ein matematikk-klasse på $N = 15$ elevar skal det trekkast ut 4 elevar som skal opp til munnleg eksamen.
Kor mange mulege utval fins det dersom trekninga er ordna og kor mange mulege utval fins det dersom ho er ikkje-ordna?
I klassen er det 6 gutar og 9 jenter. Kva er sannsynleggheten for at utvalet består av to gutar og to jenter?
- b) I denne oppgåva antar vi at 7% av norske menn og 1% av norske kvinner er fargeblinde (fargesvake). Vi antar dessutan at 48% av den norske befolkninga er kvinner. Vi tenker oss at vi trekker ut ein tilfeldig norsk person og lar A være utfallet at den uttrekte er fargeblind, medan B er utfallet at det er ei kvinne.
Formuler opplysningane i oppgåva som sannsynleggheter for A og B .
Rekn ut $P(A)$. Kva uttrykker denne sannsynleggheten?
Kor mange prosent av dei fargeblinde i den norske befolkninga er kvinner? Rekn ut ein sannsynlegghet som gir svar på dette spørsmålet.