



**Høgskolen i Telemark**

Fakultet for allmennvitenskapelige fag

**SLUTTEKSAMEN**

**4100-02**

**MATEMATIKK FOR ØKOLOGAR**

**16.12.2011**

Tid:	5 timar
Målform:	Engelsk/bokmål
Sidetal:	9 (inkludert denne)
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Alle dei 24 deloppgåvene tel likt ved evalueringa
Vedlegg:	mm-papir og formelsamling

Sensuren finn du på StudentWeb.

## English

### QUESTION 1

a. Differentiate the functions given by

1)  $f(x) = \frac{3}{8}x^4 - \frac{1}{10}x^2 + 9x - 10$

2)  $g(x) = \cos x \cdot e^{-x^3}$  (*x is measured in radians*)

3)  $h(x) = \frac{-x+5}{x^2-25}$

b. 1) Solve the equation

$$\ln(x-7) + \ln(x-4) = \ln 4$$

2) Calculate the exact value for the sum of the infinite geometric series

$$6 + \frac{6(\sqrt{7}-2)}{3} + \frac{6(\sqrt{7}-2)^2}{9} + \frac{6(\sqrt{7}-2)^3}{27} + \dots$$

c. Calculate the integrals

1)  $\int (-30x^4 + \frac{8}{3}x^2 - \frac{4}{5}x + 13) dx$

2)  $\int 3x \cdot \cos 2x dx$  (*x is measured in radians*)

3)  $\int_0^2 2x^2 \sqrt{x^3+1} dx$

## QUESTION 2

Consumption per person in Norwegian households in 1970 was kr 68000. In 2008, the consumption had increased to kr 174000.

- a. What percentage increase in consumption per person in this period?
- b. What was the average percentage annual increase in consumption per person in Norwegian households in this period?

We assume that the percentage annual increase in consumption per person in Norwegian households in this period was constant.

- c. In what year did this consumption pass kr 105000?

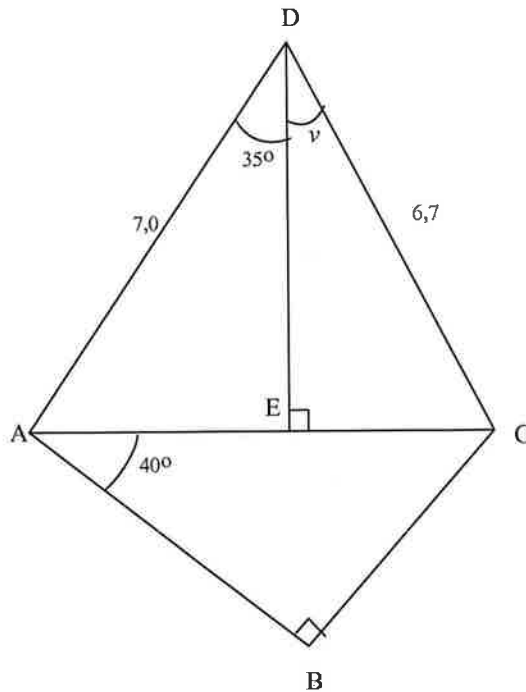
## QUESTION 3

A function  $f$  is defined by  $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$ ,  $D_f = [0, 7]$

- a. Find the zeroes of  $f$ .
- b. Show that  $f'(x) = 3(x - 2)(x - 6)$ . Determine where the function  $f$  is increasing and decreasing. Calculate the coordinates of possible top- and bottom points of the graph of  $f$ .
- c. Examine where the graph is concave up and down. Find the coordinates of the inflection point on the graph.
- d. Sketch the graph of the function  $g$  defined by  $g(x) = \frac{f(x)}{5}$ .
- e. The graph of  $g$  and the  $x$ -axis is constraining a surface that lies above the  $x$ -axis. Find the area of this surface.

## QUESTION 4

In the figure,  $AD = 7,0$ ,  $CD = 6,7$ ,  $\angle EDA = 35^\circ$  and  $\angle CAB = 40^\circ$ .



- Calculate the length of the sides AE and DE of the triangle AED.
- Compute the angle  $\nu$  in the figure and calculate the area of the square ABCD.

## QUESTION 5

In the period 1950-2009, the decline in the number of Norwegian fishermen per year at any time was proportional to the number of fishermen.

Time  $t$  is measured in years, and  $t = 0$  corresponds to the end of 1950.  $y(t)$  is the number of fishermen.

- Set up the differential equation which has the solution  $y(t)$ .

At the end of 1950, the number of fishermen was 96000, and by the end of 2009, this number had dropped to 14000.

- Show that the number of fishermen at time  $t$  is given by

$$y(t) = 96000 \cdot e^{-0,0326t}$$

- c. How many fishermen were there in 1990? In what year had the number of fishermen decreased to 45000?
- d. Solve the differential equation  $y' = 4y + 8$  with initial condition  $y(0) = 3$ .

## QUESTION 6

The function  $f$  is defined by  $f(x, y) = 5x^2 - 3xy + \frac{1}{2}y^2 + 8x - 3y + 7$

- a. The function has a minimum point. Find the minimum value of its minimum.
- b. On a residential lot, a fence with a length of 60 m shall be put up. The surface within the fence must be rectangular. How much must the length and width of the rectangle be in order to make the area the greatest possible?

## Bokmål

## OPPGAVE 1

a. Deriver funksjonene gitt ved

1)  $f(x) = \frac{3}{8}x^4 - \frac{1}{10}x^2 + 9x - 10$

2)  $g(x) = \cos x \cdot e^{x^3}$  ( $x$  måles i radianer)

3)  $h(x) = \frac{-x + 5}{x^2 - 25}$

b. 1) Løs likningen

$$\ln(x - 7) + \ln(x - 4) = \ln 4$$

2) Regn ut eksakt verdi for summen av den uendelige geometriske rekka

$$6 + \frac{6(\sqrt{7} - 2)}{3} + \frac{6(\sqrt{7} - 2)^2}{9} + \frac{6(\sqrt{7} - 2)^3}{27} + \dots$$

c. Regn ut integralene

1)  $\int (-30x^4 + \frac{8}{3}x^2 - \frac{4}{5}x + 13) dx$

2)  $\int 3x \cdot \cos 2x dx$  ( $x$  måles i radianer)

3)  $\int_0^2 2x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$

## OPPGAVE 2

Forbruket per person i norske husholdninger var i 1970 på kr 68000. I 2008 var dette forbruket økt til kr 174000.

- a. Hvor mange prosent økte forbruket per person med i denne perioden?
- b. Hva var den gjennomsnittlige prosentvise årlige økningen i forbruket per person i norske husholdninger i denne perioden?

Vi antar at den prosentvise årlige økningen i forbruket per person i norske husholdninger i denne perioden var konstant.

- c. I hvilket år passerte dette forbruket kr 105000?

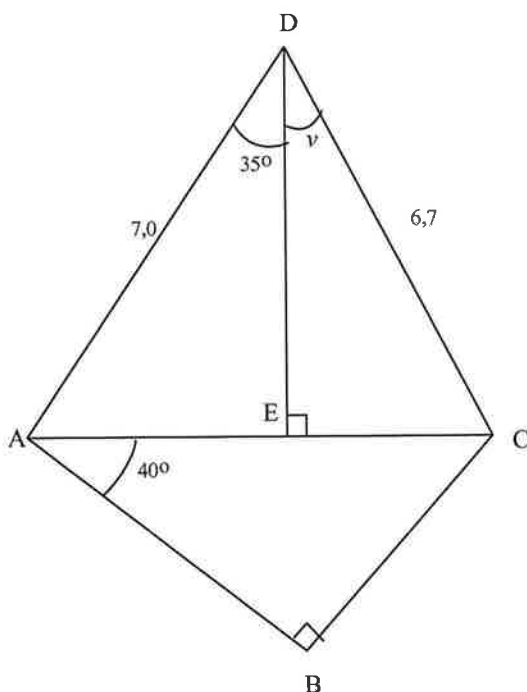
## OPPGAVE 3

En funksjon  $f$  er definert ved  $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$ ,  $D_f = [0, 7]$

- a. Finn nullpunktene til  $f$ .
- b. Vis at  $f'(x) = 3(x - 2)(x - 6)$ . Bestem monotoniegenskapene til  $f$ , og regn ut koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til  $f$ .
- c. Undersøk hvordan grafen til  $f$  krummer i de ulike områdene. Finn koordinatene til vendepunktet på grafen til  $f$ .
- d. Tegn grafen til funksjonen  $g$  gitt ved  $g(x) = \frac{f(x)}{5}$
- e. Grafen til  $g$  og  $x$ -aksen avgrenser en flate som ligger over  $x$ -aksen. Finn arealet av denne flaten.

## OPPGAVE 4

På figuren er  $AD = 7,0$ ,  $CD = 6,7$ ,  $\angle EDA = 35^\circ$  og  $\angle CAB = 40^\circ$ .



- Regn ut lengden av sidene AE og DE i trekanten AED.
- Finn vinkelen  $v$  på figuren, og regn ut arealet av firkanten ABCD.

## OPPGAVE 5

I perioden 1950-2009 var nedgangen i antall norske fiskere per år til enhver tid proporsjonal med antall fiskere.

Tida  $t$  måles i år, og  $t = 0$  svarer til slutten av 1950.  $y(t)$  er antall fiskere.

- Sett opp differensiallikningen som har løsningen  $y(t)$ .

Ved slutten av 1950 var antall fiskere 96000, og ved slutten av 2009 var dette antallet sunket til 14000.

- Vis at antall fiskere ved tida  $t$  er gitt ved

$$y(t) = 96000 \cdot e^{-0,0326t}$$



- c. Hvor mange fiskere var det i 1990? I hvilket år blei antall fiskere redusert til 45000?
- d. Løs differensialligningen  $y' = 4y + 8$  med initialbetingelsen  $y(0) = 3$ .

## OPPGAVE 6

Funksjonen  $f$  er definert ved  $f(x, y) = 5x^2 - 3xy + \frac{1}{2}y^2 + 8x - 3y + 7$

- a. Funksjonen har ett minimumspunkt. Finn dette minimumspunktet med tilhørende minimum.
- b. På en boligtomt skal det settes opp et gjerde med en lengde på 60 m. Flata innenfor gjerdet skal være rektangelformet. Hvor stor må lengda og bredda til rektanlet være for at arealet skal bli størst mulig?