



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

(6001) MATEMATIKK

30.05.2011

Tid:	5 timar, 09:00 – 14:00
Målform:	Bokmål
Sidetal:	3, inkludert framsida
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på studentweb.



(6001) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timer (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x -verdier: $-2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Vis at $f(x)$ kan skrives som: $f(x) = (x^2 - 1)(x + 1)$. Hva er nullpunktene til $f(x)$?

b) Bestem $f'(x)$.

Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.

Finn lokale ekstrempunkt for f og avgjør om noen av dem er globale.

c) Bestem $f''(x)$.

Avgjør hvor grafen til f konkav, og hvor den er konveks og finn vendepunktet til f .

d) Skisser grafen til f .

Merk av området A på grafskissa: $A = \left\{ (x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, f(x) \leq y \leq 0 \right\}$

Regn ut arealet av dette området A .

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = \ln\left(\frac{x}{x^2 + 2}\right)$

Sett opp definisjonsområdet til funksjonen g .

Vis at $g'(x) = \frac{2 - x^2}{x(x^2 + 2)}$

Vis at g har et globalt maksimumspunkt.

Oppgave 3

- a) Berit har satt inn i banken et beløp på 20 000 kr til en rente på 3.0 % årlig.
Hva er verdien av beløpet etter 1 år, 3 år og 10 år?
Hvor mange år går det før verdien av beløpet er 30 000 kr?
Hva måtte den årlige renten vært om beløpet skulle vokst til 30 000 kr på 10 år?
- b) Dersom Cecilie setter inn 1000 kr ved utgangen av hver måned i 12 måneder på en konto der renten er 0.25 % pr måned, hvor mye har hun på kontoen rett etter at det 12. beløpet er satt inn?
Cecilie vil spare til en moped som koster 35 000 kr. Hun har satt inn 15 000 kr av pengene hun fikk til konfirmasjonen på en konto der renten er 0.25 % pr måned. Deretter vil hun sette inn et fast beløp på denne kontoen hver måned, første gang én måned etter at konfirmasjonspengene ble satt inn. Hvor stort må dette beløpet være dersom Cecilie skal ha nok penger på kontoen til å kjøpe mopeden rett etter at det faste beløpet er satt inn for 12. gang?
- c) Even har tatt opp et lån på 1 000 000 kr til kjøp av leilighet. Renten er 4.5 % årlig, og betalingen skal skje over 15 år med like store årlige beløp, første gang ett år etter låneopptaket. Hva blir det årlige beløpet?
Like før Even skal foreta den andre betalingen på lånet, mottar han en betydelig arv. Even bestemmer seg for å bruke 100 000 kr av arven til å foreta en ekstra betaling på lånet samtidig med den andre betalingen. Etter dette vil Even som planlagt fortsette å betale på lånet med like store årlige beløp. Hva blir det nye årlige beløpet som Even skal betale?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = x^2 - 4x - xy^2 + 4y^2$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for h .
- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(2, 0)$, $(4, -2)$ og $(4, 2)$.
Klassifiser de stasjonære punktene.

Finn minimum og maksimum for funksjonen h når $y = \sqrt{2x}$ og $0 \leq x \leq 2$.