



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

(6001) MATEMATIKK

10.12.2012

Tid: 5 timar

Målform: Bokmål / Nynorsk

Sidetal: 5, inkludert framsida

Hjelpemiddel: Kalkulator og formelsamling

Merknader: Ingen

Vedlegg: Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på studentweb.



(6001) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timer (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 9x$

- a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x -verdier: $-1, 0, 1, 2, 3$.

Faktoriser f . Avgjør hvor funksjonen f er henholdsvis positiv, negativ og null.

- b) Bestem $f'(x)$. Avgjør hvor funksjonen f vokser og hvor den avtar.

Sett opp lokale ekstrepunkt for f og avgjør om noen av dem er globale.

- c) Bestem $f''(x)$. Gjør rede for hvordan grafen til f krummer, og vis at den kun har vendepunkt når $x = 1$. Skisser grafen til f .

- d) Bestem likningen for den rette linja L som går gjennom origo og vendepunktet. Tegn inn linja på grafskissen og observer at den skjærer grafen til f i enda et punkt. Regn ut koordinatene til dette siste skjæringspunktet.

Beregn størrelsen på den delen av området som er avgrenset av den rette linja L og grafen til f , og som ligger under linja.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = x + \ln(x^2 - 3)$

- a) Forklar kort hvorfor g ikke er definert for $x^2 \leq 3$.

Regn ut funksjonsverdiene til følgende x -verdier: $1.75, 1.8, 2, 3, 4$

Beregn skjæringspunktet mellom g og linja $y = x$ i området $x > \sqrt{3}$.

- b) Bestem $g'(x)$. Avgjør om g har noen ekstrepunkt i området $x > \sqrt{3}$.

Lag en skisse av g og linja $y = x$ i samme diagram for $x > \sqrt{3}$.

Oppgave 3

- a) Lisa har satt inn i banken et beløp på 20 000 kr til en rente på 3 % årlig.

Hva er verdien av beløpet etter 1 år, 5 år og 10 år?

Hvor mange år går det (ca) før verdien av beløpet er 30 000 kr?

Per har nettopp lånt 80 000 kr til kjøp av bil. Renten er 7.5 % årlig, og betalingen skal skje over 4 år med like store årlige beløp, første gang om ett år. Hva blir det årlige beløpet Per må betale?

- b) Ola kjøpte i år 2000 et småbruk for 1 200 000 kr. I 2012 solgte han småbruket for 2 000 000 kr. Hva ble gjennomsnittlig årlig prosentvis verdistigning på småbruket i de 12 årene Ola eide det?

Ifølge skattereglene skal Ola betale 28 % skatt av den verdistigningen som har foregått i årene 2007-2012. For å beregne beløpet som det skal betales skatt av, antas det at den årlige prosentvise verdistigningen har vært den samme i alle de 12 årene Ola eide småbruket. Regn ut beløpet som Ola skal betale i skatt som følge av verdistigningen på småbruket.

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = x^2 - x^2y - y + y^2$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .
- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(0, \frac{1}{2})$, $(-1, 1)$ og $(1, 1)$.

Klassifiser de stasjonære punktene.

Skisser området D i xy -planet der: $D = \{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1 \}$

Finn minimum for funksjonen h over området D .



(6001) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timar (09⁰⁰ - 14⁰⁰)

Sidetal: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgåve 1

Ein funksjon f er gitt ved at: $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 9x$

- Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande x -verdiar: $-1, 0, 1, 2, 3$.
Faktoriser f . Avgjer kor funksjonen f er høvesvis positiv, negativ og null.
- Bestem $f'(x)$. Avgjer kor funksjonen f er veksande og kor han er avtakande.
Sett opp lokale ekstrepunkt for f og avgjer om nokon av dei er globale.
- Bestem $f''(x)$. Gjer greie for korleis grafen til f krummar, og vis at han kun har vendepunkt når $x = 1$. Skisser grafen til f .
- Bestem likninga for den rette lina L som går gjennom origo og vendepunktet. Teikn inn lina på grafskissa og observer at ho skjer grafen til f i enda eit punkt. Rekn ut koordinatane til dette siste skjeringspunktet.
Rekn ut storleiken på den delen av området som er avgrensa av den rette lina L og grafen til f , og som ligg under lina.

Oppgåve 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = x + \ln(x^2 - 3)$

- Forklar kort kvifor g ikkje er definert for $x^2 \leq 3$.
Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande x -verdiar: $1.75, 1.8, 2, 3, 4$
Rekn ut skjeringspunktet mellom g og lina $y = x$ i området $x > \sqrt{3}$.
- Bestem $g'(x)$. Avgjer om g har noko ekstrepunkt i området $x > \sqrt{3}$.
Lag ei skisse av g og lina $y = x$ i samme diagram for $x > \sqrt{3}$.

Oppgave 3

- a) Lisa har sett inn i banken eit beløp på 20 000 kr til ei rente på 3 % årleg.

Kva er verdien av beløpet etter 1 år, 5 år og 10 år?

Kor mange år går det (ca) før verdien av beløpet er 30 000 kr?

Per har nettopp lånt 80 000 kr til kjøp av bil. Renta er 7.5 % årleg, og betalinga skal skje over 4 år med like store årlege beløp, første gang om eitt år. Kva blir det årlege beløpet Per må betale?

- b) Ola kjøpte i år 2000 eit småbruk for 1 200 000 kr. I 2012 selde han småbruket for 2 000 000 kr. Kva blei gjennomsnittleg årleg prosentvis verdistigning på småbruket i dei 12 åra Ola eigde det?

Ifølgje skattereglane skal Ola betale 28 % skatt av den verdistigninga som har skjedd i åra 2007-2012. For å rekne ut beløpet som det skal betalast skatt av, antek ein at den årlege prosentvise verdistigninga har vore den same i alle dei 12 åra Ola eigde småbruket. Rekn ut beløpet som Ola skal betale i skatt som følgje av verdistigninga på småbruket.

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = x^2 - x^2y - y + y^2$

- a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .
- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(0, \frac{1}{2})$, $(-1, 1)$ og $(1, 1)$.

Klassifiser dei stasjonære punkta.

Skisser området D i xy -planet der: $D = \{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1 \}$

Finn minimum for funksjonen h over området D .