Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

(6001) MATEMATIKK

31.05.2012

Tid:	5 timar, 09:00 – 14:00
Målform:	Bokmål / Nynorsk
Sidetal:	5, inkludert framsida
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på studentweb.

Fakultet for allmennvitskaplege fag

Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

31.05. 2012

(6001) MATEMATIKK

Tid:	5 timer (09^{00} - 14^{00})
Sidetall:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - 4$

a) Vis at f kan skrives som: $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 4)(x^2 + 2)$
Hva er nullpunktene til funksjonen f ?
Avgjør hvor funksjonen f er positiv og hvor den er negativ.

b) Bestem $f'(x)$.
Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.
Sett opp lokale ekstrempunkt for f og avgjør om noen av dem er globale.

c) Bestem $f''(x)$.
Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn vendepunktene til f.
Skisser grafen til f for $-2.5 \leq x \leq 2.5$

d) Finn likningen for tangenten til grafen til f når $x = 1$ og merk den av på grafskissen.
Bestem verdien A der

$$A = -\int_0^1 \left(\tfrac{1}{2}x^4 - x^2 - 4\right) dx$$

Merk av det området på grafskissen som A kan sies å angi størrelsen på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = \ln(x^2 + 1)^2$

Bestem nullpunktet for $g(x)$.

Bestem $g'(x)$ og vis at g har et globalt minimum.

Oppgave 3

a) Nils har satt inn i banken et beløp på 40 000 kr til 3 % årlig rente. Hva er verdien av innskuddet etter 1 år og etter 5 år?

Hvilket beløp måtte Nils alternativt ha satt inn dersom han ønsket å ha 50 000 kr på denne kontoen etter 5 år?

Hva måtte årlig rente ha vært om verdien av det opprinnelige beløpet på 40 000 kr skulle være 50 000 kr etter 5 år?

b) For 5 år siden kjøpte Egil en ny bil til 325 000 kr. Dersom bilen har hatt et verditap på 10 % pr år, hva er verdien nå av den 5 år gamle bilen?

Anne kjøpte en leilighet i 2001 til 1 300 000 kr. Hun solgte den i 2011 for en pris av 1 500 000 kr. Hva var gjennomsnittlig årlig prosentvis prisøkning på leiligheten i de 10 årene Anne eide den?

c) Da Anne i 2001 kjøpte leiligheten, tok hun opp et lån på 900 000 kr. Renten på lånet var 6 % årlig, og nedbetalingen skulle skje over 20 år med like store årlige beløp. Første betaling var i 2002, ett år etter låneopptak. Hva var det årlige beløpet hun måtte betale på lånet?

I år 2006 hadde Anne svært dårlig økonomi, og etter avtale med banken ble det ikke betalt noe på lånet det året. I årene 2007-2010 fortsatte Anne å betale på lånet med samme beløp som i årene 2002-2005. På tidspunktet for forfall av årlig beløp i 2011 nedbetalte Anne hele restlånet med ett beløp. Hvor stort var dette beløpet?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x,y) = 3x - 2x^2y + xy^2$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig to stasjonære punkt: $(-1\,,\,-1)$ og $(1\,,\,1)$.

Klassifiser de to stasjonære punktene.

Finn maksimum for funksjonen h når $x + y = 1$ og $0 \leq x \leq 1$

Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

31.05. 2012

(6001) MATEMATIKK

Tid: 5 timar (09^{00} - 14^{00})

Sidetal: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgåve 1

Ein funksjon f er gitt ved at: $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - 4$

a) Vis at f kan skrivast som: $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 4)(x^2 + 2)$
Kva er nullpunkta til funksjonen f?
Avgjer kor funksjonen f er positiv og kor han er negativ.

b) Bestem $f'(x)$.
Avgjer kor funksjonen f er veksande og kor han er avtakande.
Sett opp lokale ekstrempunkt for f og avgjer om nokon av dei er globale.

c) Bestem $f''(x)$.
Gjer greie for korleis grafen til f krummar og finn vendepunkta til f.
Skisser grafen til f for $-2.5 \leq x \leq 2.5$

d) Finn likninga for tangenten til grafen til f når $x = 1$ og merk han av på grafskissa.
Bestem verdien A

$$A = -\int_0^1 \left(\tfrac{1}{2}x^4 - x^2 - 4\right) dx$$

Merk av det området på grafskissa som A kan seiast å gi storleiken på.

Oppgåve 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = \ln(x^2 + 1)^2$

Bestem nullpunktet for $g(x)$.

Bestem $g'(x)$ og vis at g har eit globalt minimum.

Oppgåve 3

a) Nils har satt inn i banken eit beløp på 40 000 kr til 3 % årleg rente. Kva er verdien av innskotet etter 1 år og etter 5 år?

Kva for eit beløp måtte Nils alternativt ha sett inn dersom han ønskte å ha 50 000 kr på denne kontoen etter 5 år?

Kva måtte årleg rente ha vore om verdien av det opprinnelege beløpet på 40 000 kr skulle vere 50 000 kr etter 5 år?

b) For 5 år sidan kjøpte Egil ein ny bil til 325 000 kr. Dersom bilen har hatt eit verditap på 10 % pr år, kva er verdien nå av den 5 år gamle bilen?

Anne kjøpte ei leilegheit i 2001 til 1 300 000 kr. Ho selde den i 2011 for ein pris av 1 500 000 kr. Kva var gjennomsnittleg årleg prosentvis prisauke på leilegheita i dei 10 åra Anne eigde ho?

c) Da Anne i 2001 kjøpte leilegheita, tok ho opp eit lån på 900 000 kr. Renta på lånet var 6 % årleg, og nedbetalinga skulle skje over 20 år med like store årlege beløp. Fyrste betaling var i 2002, eitt år etter låneopptaket. Kva var det årlege beløpet ho måtte betale på lånet?

I år 2006 hadde Anne svært dårleg økonomi, og etter avtale med banken blei det ikkje betalt noko på lånet det året. I åra 2007-2010 fortsatte Anne å betale på lånet med same beløp som i åra 2002-2005. På tidspunktet for forfall av årleg beløp i 2011 nedbetalte Anne heile restlånet med eitt beløp. Kor stort var dette beløpet?

Oppgåve 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x,y) = 3x - 2x^2y + xy^2$

a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig to stasjonære punkt: $(-1\,,\,-1)$ og $(1\,,\,1)$.

Klassifiser dei to stasjonære punkta.

Finn maksimum for funksjonen h når $x + y = 1$ og $0 \leq x \leq 1$