Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

6005 Statistikk I

2.05.2012

Tid/Time:	9-13 (4 timer)
Målform/Language:	Bokmål
Sidetall/Pages:	3 (inkludert denne forsiden)
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator
Merknad/Notes:	
Vedlegg/Appendix:	

Eksamensresultata blir offentliggjort på nettet via Studentweb

Oppgave 1

En produksjonsbedrift har to maskiner. Vi lar A være utfallet at den ene maskinen virker en hel arbeidsdag, og B er utfallet at den andre maskinen virker en hel arbeidsdag. Vi antar at P(A) = 0.90, P(B) = 0.85 og $P(A \cap B) = 0.80$.

a) Regn ut $P(\overline{A})$, $P(A \cup B)$ og $P(B|A)$. Forklar kort hva disse sannsynlighetene sier oss i den gitte situasjonen.

   Vi betrakter en arbeidsuke (= 5 dager), og vi antar at om en eller begge maskinene virker en hel arbeidsdag eller ikke, er uavhengig av hva som skjer de andre arbeidsdagene i uken. Hva er sannsynligheten for at minst en av de to maskinene virker hele dagen på alle 5 arbeidsdagene i uken?

Oppgave 2

En revisor kontrollerer en type bilag i en bedrift. Vi lar p være sannsynligheten for at det er feil på et bilag, og X er antall bilag med feil av n kontrollerte bilag.

a) Gjør kort greie for forutsetningene for at X er binomisk fordelt med parametrer n og p. Anta at disse er oppfylt i resten av oppgaven.

   Regn ut $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ og $P(X > 1)$ når $n = 20$ bilag kontrolleres, og vi antar at $p = 0.02$.

Det kan vises at når X er binomisk fordelt med stor n og liten p, så er X tilnærmet Poissonfordelt med parameter $\lambda = np$. Dette er den såkalte Poissontilnærmelsen.

En dag skal revisoren kontrollere $n = 100$ bilag. Vi antar at $p = 0.02$.

b) Regn ut $P(X \leq 2)$ både ved å bruke binomisk fordeling og ved å bruke Poissontilnærmelsen. Kommenter resulatet kort.

   Når en har binomisk fordeling, brukes ofte normaltilnærmelsen. Gi en kort vurdering av om en i dette tilfellet bør bruke normaltilnærmelsen eller ikke.

Oppgave 3

Farten X (km/t) til en tilfeldig bil på en bestemt vegstrekning kan oppfattes som en normalfordelt stokastisk variabel med forventning $\mu = 75.0$ km/t og standardavvik $\sigma = 10.0$ km/t. Fartsgrensen på den aktuelle vegstrekningen er 80 km/t.

a) Hvor stor prosent av bilene holder fartsgrensen på strekningen?

   Finn dessuten $P(85.0 < X < 95.0)$ og tegn inn denne sannsynligheten som et areal på en skisse av sannsynlighetstettheten til X.

b) Vi betrakter 4 biler som kjører på den aktuelle strekningen, og vi antar at farten til forskjellige biler er uavhengige variabler.

Finn sannsynligheten for at:
1) Gjennomsnittsfarten for de 4 bilene er under fartsgrensen.
2) Alle 4 bilene holder fartsgrensen.
3) 3 biler holder fartsgrensen og 1 bil bryter fartsgrensen.

Oppgave 4

Fettinnholdet i kjøttdeig skal ikke overstige 14 %. For å undersøke om kjøttdeigen fra en produsent tilfredsstiller dette kravet, har en målt fettinnholdet i 15 pakninger. Målingene, $X_1, X_2, \ldots, X_{15}$ (i %), antas å være uavhengige og normalfordelte med forventning μ og standardavvik σ. Resultatene er gitt til slutt i oppgaven.

a) Estimer μ og σ. Finn et 95% konfidensintervall for μ når vi antar at $\sigma = 1.5$ %.

I punktene b), c) og d) antar vi at $\sigma = 1.5$ %.

b) Vi skal teste

$$H_0 : \mu = 14.0 \qquad \text{mot} \qquad H_1 : \mu > 14.0$$

Signifikansnivået skal være 5%. Gjennomfør testingen og angi konklusjonen når resultatene er som nedenfor.

c) Finn og skisser styrkefunksjonen for testen. Regn spesielt ut styrken for $\mu = 15.0$ % og $\mu = 16.0$ %.

d) Finn signifikanssannsynligheten for testen og bruk denne til å angi konklusjonen på testen. Bruk signifikansnivå 5 %. Forklar kort hva denne signifikanssannsynligheten sier oss.

e) Gjennomfør testing av hypotesen i b) når vi antar at σ er ukjent. La igjen signifikansnivået være 5 %.

Er signifikanssannsynligheten for denne testen under 1 %?

Resultater

X (%): 14.5 13.4 16.1 14.7 16.6 13.1 15.6 15.5 13.8 13.6 13.3 17.1 16.2 15.9 17.8

$$\overline{X} = 15.1 \qquad \sum (X_i - \overline{X})^2 = 31.4$$