



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

6063 Operasjonsanalyse

24.05.2012

Tid: 9-13 (*4 timer*)

Målform: *Bokmål*

Sidetal: 4 (*inkludert denne forsiden*)

Hjelpemiddel: *Alle trykte og skrevne samt kalkulator*

Merknader:

Vedlegg:

Eksamensresultata blir offentliggjort på Studentweb.



Oppgave 1

A/S Leketøy produserer to typer lekeapparater L_1 og L_2 . Produksjonen er begrenset av kapasiteten i snekkeravdelingen og i maleravdelingen og av tilgangen på trevirke.

I tabellen nedenfor er gitt antall arbeidstimer som går med i hver avdeling for å produsere en enhet for hvert av de to produktene og tilgjengelig kapasitet (i arbeidstimer) i planperioden i de to avdelingene. Totalt antall tilgjengelig løpemeter trevirke og antall meter som går med til å lage et apparat av hver type er også gitt.

Begrensning	L_1	L_2	Totalt
Snekkeravd. (timer)	2	4	2400
Maleravd. (timer)	2	1	1000
Trevirke (meter)	20	15	12000

Fortjenesten pr enhet er 800 kr for L_1 og 500 kr for L_2 .

La x_1 og x_2 være antall produserte enheter av henholdsvis L_1 og L_2 .

Bedriften ønsker å finne fram til en produksjon som maksimerer den totale fortjenesten i planperioden ut fra de betingelser som er gitt ovenfor.

- Formuler bedriftens problem som et LP-problem. Lag en grafisk skisse av mulighetsområdet.
- Løs problemet ved Simpleksmetoden. (Løsning: Maksimal fortjeneste 440 000 kr.) Marker på den grafiske skissen hvilket hjørne som gir maksimal fortjeneste.
- Ut fra etterspørselen på de to produktene har A/S Leketøy kommet til at det skal produseres minst dobbelt så mange av L_1 som av L_2 . Hva blir nå optimal løsning for bedriften? Du kan selv velge om du vil besvare dette spørsmålet ved å bruke den grafiske skissen eller ved å bruke Simpleksmetoden.

Oppgave 2

Espen vil tjene noen ekstra kroner til jul ved å selge julehefter i bygda der han bor. I bygda er det 100 husstander, og Espen regner med at sannsynligheten for at han får solgt juleheftet til en husstand, er 0.40. Vi antar at antall husstander, X , som kjøper juleheftet, er binomisk fordelt med parametre $n = 100$ og $p = 0.40$. Tabell over den kumulative fordelingsfunksjonen til denne fordelingen er gitt i vedlegget til slutt i oppgaven.

Espen kjøper inn juleheftene for 22 kr pr stk og selger dem for 60 kr pr stk. Usolgte hefter regner Espen som verdiløse.

- Hvor mange julehefter er det optimalt for Espen kjøpe inn dersom han ønsker å maksimere forventet nettofortjeneste av salget?

Hva blir forventet nettofortjeneste av juleheftesalget dersom Espen kjøper inn det optimale antall julehefter?

Som hjelp til utregningen kan du bruke at: $\sum_{x=0}^{42} x P(X = x) = 26.148$

Hva er da sannsynligheten for at Espen sitter igjen med 5 eller flere usolgte hefter?



Oppgave 3

På grunn av fare for bråk på tribunen har arrangørene av en fotballkamp i Premier League bestemt at bortelagets supportere må gjennom en kontroll med mulighet for kroppsvisitering og gjennomgang av vesker/ryggsekker før de slipper inn på sin del av stadion. I gjennomsnitt tar denne kontrollen 1 minutt, og vi antar at det i tiden før kampstart i gjennomsnitt kommer 40 supportere pr time til en av inngangene der bortelagets supportere slippes inn på stadion.

Vi skal først betrakte denne inngangen til fotballstadion som et $M/M/1$ -køsystem.

Vi lar N være antall supportere i køsystemet.

- a) Angi ankomstraten og betjeningsraten for køsystemet. Sett opp sannsynlighetsfordelingen til N . Finn spesielt sannsynligheten for at det ikke er kø. Hva er sannsynligheten for at det er nøyaktig 2 supportere i kø? Hva er forventet antall supportere i kø?

Finn dessuten gjennomsnittlig ventetid for supporterne ved inngangen

Vi skal i resten av oppgaven anta at ankomstprosessen er av type M , mens betjeningstiden X (minutt) har følgende sannsynlighetsfordeling:

x	0.5	1.5	3.5
$P(X=x)$	0.70	0.20	0.10

Denne fordelingen er basert på erfaring om at 70 % av supporterne enkelt kan kontrolleres på et halvt minutt. For 20 % kreves det gjennomgang av vesker/ryggsekker, og da tar kontrollen halvannet minutt. For 10 % av supporterne gjennomføres en grundig kroppsvisitering og kontroll av vesker/ryggsekker. Da tar kontrollen tre og et halvt minutt.

- b) Vis at $E(X) = 1.0$ minutt og $\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} = 0.922$ minutt.

Finn forventet ventetid og forventet antall i kø i dette køsystemet.



Vedlegg til oppgave 2

Cumulative Distribution Function

Binomial with $n = 100$ and $p = 0,4$

x	P(X <= x)
16	0,00000
17	0,00000
18	0,00000
19	0,00001
20	0,00002
21	0,00004
22	0,00011
23	0,00025
24	0,00056
25	0,00119
26	0,00240
27	0,00460
28	0,00843
29	0,01478
30	0,02478
31	0,03985
32	0,06150
33	0,09125
34	0,13034
35	0,17947
36	0,23861
37	0,30681
38	0,38219
39	0,46208
40	0,54329
41	0,62253
42	0,69674
43	0,76347
44	0,82110
45	0,86891
46	0,90702
47	0,93621
48	0,95770
49	0,97290
50	0,98324
51	0,98999
52	0,99424
53	0,99680
54	0,99829
55	0,99912
56	0,99956
57	0,99979
58	0,99990
59	0,99996
60	0,99998
61	0,99999
62	1,00000
63	1,00000
64	1,00000