



Høgskolen i Telemark

**EKSAMEN**

**(6001) MATEMATIKK**

**09.12.2013**

Tid:	5 timar
Målform:	Bokmål / Nynorsk
Sidetal:	5, inkludert framsida
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

**Eksamensresultata blir offentliggjort på studentweb.**



## (6001) MATEMATIKK

Tid: 5 timer

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

### Oppgave 1

En funksjon  $f$  er gitt ved at:  $f(x) = x^5 - 7x^4 + 12x^3$

a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende  $x$ -verdier:  $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

Faktoriser funksjonen  $f$ , og avgjør hvor den er negativ og hvor den er positiv.

b) Bestem  $f'(x)$ .

Avgjør hvor funksjonen  $f$  er voksende og hvor den er avtagende.

Sett opp lokale ekstrem punkt for  $f$  og avgjør om noen av dem er globale.

c) Bestem  $f''(x)$ .

Gjør rede for hvordan grafen til  $f$  krummer og finn vendepunktene til  $f$ .

Skisser grafen til  $f$ . Tegn en stor figur og bruk ca. 2 cm som enhet på  $x$ -aksen, og ca. 0.5 cm som enhet på  $y$ -aksen. Du kan gjerne bruke linjalen nedenfor til å sette aksemerkene.

d) Finn likningen for den rette linjen som skjærer grafen til  $f$  både når  $x = 1$  og  $x = 3$ .

Merk av denne linjen på grafskissen.

Bestem verdien  $A$  der

$$A = \int_0^1 (x^5 - 7x^4 + 12x^3) dx + \int_1^3 (-3x + 9) dx$$

Merk av det området på grafskissen som  $A$  kan sies å angi størrelsen på.



## Oppgave 2

Funksjonen  $g$  er gitt ved at:  $g(x) = (2x + 4)e^{-x}$

- a) Finn skjæringspunktene mellom  $g$  og koordinataksene.

Avgjør hvor funksjonen er positiv og hvor den er negativ.

Bestem  $g'(x)$  og finn maksimumspunktet for  $g$ .

- b) Skisser grafen til  $g$ .

Gitt funksjonen  $G(x) = (a - 2x)e^{-x}$ . Bestem  $a$  slik at  $G'(x) = g(x)$ .

Finn størrelsen på området som er avgrenset av  $g$  og begge aksene.

## Oppgave 3

- a) Nils har satt inn i banken et beløp på 40 000 kr. Dersom renten er 2.5 % årlig, hva er verdien av beløpet etter 1 år, 3 år og 5 år?

Hvor mange år vil det ta (ca.) med 2.5 % årlig rente før beløpet er blitt 50 000 kr?

Hvilken rente måtte Nils ha hatt på sin bankkonto dersom det etter 5 år hadde stått 45 811 kr på kontoen?

- b) Grete har lånt 800 000 kr til kjøp av fritidsbolig. Renten er 5 % årlig, og betalingen skal skje over 10 år med et fast årlig beløp, første gang om ett år. Regn ut det årlige beløpet som Grete skal betale.

Hver gang Grete foretar en betaling på lånet, er noe av betalingen renter og resten er avdrag. Regn ut hvor mye av den faste betalingen som er avdrag ved den første, den andre og den siste betalingen.

## Oppgave 4

Funksjonen  $h$  er gitt ved at:  $h(x, y) = x^3 + 3x^2y - 3y^2$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen  $h$ .

- b) Vis at funksjonen  $h$  har nøyaktig to stasjonære punkt:  $(0, 0)$  og  $(-1, \frac{1}{2})$ .

Finn og skisser snittkurva mellom funksjonen  $h$  og  $xz$ -planet

Klassifiser de to stasjonære punktene (snittkurva vil være nyttig her).

Finn minimum for funksjonen  $h$  når  $y + x = 1$  og  $-2 \leq x \leq 1$

**(6001) MATEMATIKK**

Tid: 5 timar

Sidetal: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

**Oppgave 1**Ein funksjon  $f$  er gitt ved at:  $f(x) = x^5 - 7x^4 + 12x^3$ 

a) Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande  $x$ -verdiar:  $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$   
Faktoriser funksjonen  $f$ , og avgjer kor han er negativ og kor han er positiv.

b) Bestem  $f'(x)$ .

Avgjer kor funksjonen  $f$  er veksande og kor han er avtakande.Sett opp lokale ekstrepunkt for  $f$  og avgjer om nokon av dei er globale.

c) Bestem  $f''(x)$ .

Gjer greie for korleis grafen til  $f$  krummar og finn vendepunkta til  $f$ .Skisser grafen til  $f$ . Teikn ein stor figur og bruk ca. 2 cm som eining på  $x$ -aksen, og ca. 0.5 cm som eining på  $y$ -aksen. Du kan gjerne bruke linjalen nedanfor til å sette aksemerka.

d) Finn likninga for den rette lina som skjer grafen til  $f$  både når  $x = 1$  og  $x = 3$ .

Merk av denne lina på grafskissa.

Bestem verdien  $A$  der

$$A = \int_0^1 (x^5 - 7x^4 + 12x^3) dx + \int_1^3 (-3x + 9) dx$$

Merk av det området på grafskissa som  $A$  kan seiast å gi storleiken på.

## Oppgave 2

Funksjonen  $g$  er gitt ved at:  $g(x) = (2x + 4)e^{-x}$

- a) Finn skjæringspunktene mellom  $g$  og koordinataksene.  
Avgjør kor funksjonen er positiv og kor han er negativ.  
Bestem  $g'(x)$  og finn maksimumspunktet for  $g$ .

- b) Skisser grafen til  $g$ .

Gitt funksjonen  $G(x) = (a - 2x)e^{-x}$ . Bestem  $a$  slik at  $G'(x) = g(x)$ .

Finn storleiken på området som er avgrensa av  $g$  og begge aksane.

## Oppgave 3

- a) Nils har satt inn i banken eit beløp på 40 000 kr. Dersom renta er 2.5 % årleg, kva er verdien av beløpet etter 1 år, 3 år og 5 år?

Kor mange år vil det ta (ca.) med 2.5 % årleg rente før beløpet er blitt 50 000 kr?

Kva for rente måtte Nils ha hatt på sin bankkonto dersom det etter 5 år hadde stått 45 811 kr på kontoen?

- b) Grete har lånt 800 000 kr til kjøp av fritidsbolig. Renta er 5 % årleg, og betalinga skal skje over 10 år med eit fast årleg beløp, første gong om eitt år. Rekn ut det årlege beløpet som Grete skal betale.

Kvar gong Grete gjer ei betaling på lånet, er noko av betalinga renter og resten er avdrag. Rekn ut kor mykje av den faste betalinga som er avdrag ved den første, den andre og den siste betalinga.

## Oppgave 4

Funksjonen  $h$  er gitt ved at:  $h(x, y) = x^3 + 3x^2y - 3y^2$

- a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen  $h$ .

- b) Vis at funksjonen  $h$  har nøyaktig to stasjonære punkt:  $(0, 0)$  og  $(-1, \frac{1}{2})$ .

Finn og skisser snittkurva mellom funksjonen  $h$  og  $xz$ -planet

Klassifiser dei to stasjonære punkta (snittkurva vil vere nyttig her).

Finn minimum for funksjonen  $h$  når  $y + x = 1$  og  $-2 \leq x \leq 1$