



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

03.06. 2013

(6001) MATEMATIKK

Tid: 5 timer

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

- a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x -verdier: $-\frac{1}{2}$, 0 , 1 , $\frac{3}{2}$

Vis at f kan skrives som: $f(x) = (x^2 - 1)^2$

Finn nullpunktene til funksjonen f , og grunngi at den er positiv overalt utenom nullpunktene.

- b) Bestem $f'(x)$.

Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.

Sett opp lokale ekstrepunkt for f og avgjør om noen av dem er globale.

- c) Bestem $f''(x)$.

Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn vendepunktene til f .

Skisser grafen til f .

- d) Finn likningen for tangenten til grafen til f når $x = 0$ og merk den av på grafskissen.

Bestem verdien A der

$$A = \int_0^1 1 \, dx - \int_0^1 (x^4 - 2x^2 + 1) \, dx$$

Merk av det området på grafskissen som A kan sies å angi størrelsen på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = (x - 1)e^{x+1}$

- a) Hva er nullpunktet til g ? Avgjør hvor funksjonen er positiv og hvor den er negativ.

Regn ut funksjonsverdiene til følgende x -verdier: $-2, -1, 0, 1, 2$

Bestem $g'(x)$.

- b) Finn eventuelle ekstremepunkt for g . Skisser grafen til g .

Gitt funksjonen $G(x) = (x - 2)e^{x+1}$. Vis at $G'(x) = g(x)$.

Finn størrelsen på området som er avgrenset av g og begge aksene.

Oppgave 3

- a) Petter har satt inn i banken et beløp på 350 000 kr til 3.5 % årlig rente.

Hva er verdien av innskuddet etter 1 år og etter 4 år?

Hvor mange år vil det ta før det står 450 000 kr på kontoen?

For 4 år siden kjøpte Kari en ny båt til 220 000 kr. Hun regner med et verditap på 12 % hvert år. Hva er verdien av den nå 4 år gamle båten?

- b) Da Anette i 1995 kjøpte leilighet, tok hun opp et lån på 700 000 kr. Renten på lånet var 6 % årlig, og betalingen skulle skje over 20 år med like store årlige beløp. Første betaling var i 1996, ett år etter låneopptak. Hva var det årlige beløpet?

I 2011, rett etter det årets betaling, ble årlig rente på lånet satt ned til 5 %. Hva ble det nye årlige beløpet?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = x^2y - y^2 - 3x^2 + 2y$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .

- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(-2, 3)$, $(2, 3)$ og $(0, 1)$.

Klassifiser de tre stasjonære punktene.

Finn maksimum for funksjonen h når $y - 2x = 0$ og $1 \leq x \leq 2$



(6001) MATEMATIKK

Tid: 5 timar

Sidetal: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgave 1

Ein funksjon f er gitt ved at: $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

- a) Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande x -verdiar: $-\frac{1}{2}$, 0 , 1 , $\frac{3}{2}$

Vis at f kan skrivast som: $f(x) = (x^2 - 1)^2$

Finn nullpunkta til funksjonen f , og grunngi at han er positiv overalt utanom nullpunkta.

- b) Bestem $f'(x)$.

Avgjer kor funksjonen f er veksande og kor han er avtakande.

Sett opp lokale ekstrepunkt for f og avgjer om nokon av dei er globale.

- c) Bestem $f''(x)$.

Gjer greie for korleis grafen til f krummar og finn vendepunkta til f .

Skisser grafen til f .

- d) Finn likninga for tangenten til grafen til f når $x = 0$ og merk han av på grafskissa.

Bestem verdien A der

$$A = \int_0^1 1 \, dx - \int_0^1 (x^4 - 2x^2 + 1) \, dx$$

Merk av det området på grafskissa som A kan seiast å gi storleiken på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = (x - 1)e^{x+1}$

- a) Kva er nullpunktet til g ? Avgjer kor funksjonen er positiv og kor han er negativ.

Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande x -verdiar: $-2, -1, 0, 1, 2$

Bestem $g'(x)$.

- b) Finn eventuelle ekstremepunkt for g . Skisser grafen til g .

Gitt funksjonen $G(x) = (x - 2)e^{x+1}$. Vis at $G'(x) = g(x)$.

Finn storleiken på området som er avgrensa av g og begge aksane.

Oppgave 3

- a) Petter har satt inn i banken eit beløp på 350 000 kr til 3.5 % årleg rente.

Kva er verdien av innskottet etter 1 år og etter 4 år?

Kor mange år vil det ta før det står 450 000 kr på kontoen?

For 4 år sidan kjøpte Kari ein ny båt til 220 000 kr. Ho reknar med eit verditap på 12 % kvart år. Kva er verdien av den no 4 år gamle båten?

- b) Da Anette i 1995 kjøpte leilighet, tok ho opp eit lån på 700 000 kr. Renta på lånet var 6 % årleg, og betalinga skulle skje over 20 år med like store årlege beløp. Første betaling var i 1996, eitt år etter låneopptak. Kva var det årlege beløpet?

I 2011, rett etter betalinga for det året, blei årleg rente på lånet satt ned til 5 %. Kva blei det nye årlege beløpet?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = x^2y - y^2 - 3x^2 + 2y$

- a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h .

- b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(-2, 3)$, $(2, 3)$ og $(0, 1)$.

Klassifiser dei tre stasjonære punkta.

Finn maksimum for funksjonen h når $y - 2x = 0$ og $1 \leq x \leq 2$