Høgskolen i Telemark

EKSAMEN 002

4100 MATEMATIKK FOR ØKOLOGER

30.04.2013

Tid:	*0900-1400*
Målform:	*Bokmål*
Sidetall:	*7 (inkludert denne forsiden)*
Hjelpemiddel:	*egen kalkulator, formel samling*
Merknader:	*Prøven teller 100% av endelig eksamenskarakter. Alle oppgavene teller likt*
Vedlegg:	*formel samling*

Eksamensresultata blir offentliggjort på Studentweb.

1. Prosentregning, forenkling av uttrykk, og likninger

I 2012 ble det felt 34 611 elger i Norge, hvorav 55.3% var hanndyr. Blant disse hanndyrene var det 16.7% kalver.

a) Hvor mange hanndyr og hunndyr ble felt totalt i 2012?

b) Av disse hanndyrene, hvor mange var kalver?

c) I 2012 ble det også felt 5851 hunndyr som var eldre enn 1.5 år. I 2011 ble det felt 5.1% mindre hunndyr i samme aldersklassen; hvor mange hunndyr eldre enn 1.5 år ble felt i 2011?

d) Løs følgende likning for x:

$$\frac{x}{x-3} - \frac{x+9}{x^2-9} = \frac{x-1}{x+3}$$

e) Gjør følgende utrykk så enkelt som mulig:

$$\left(\frac{1}{3}y - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{6}y + \left(\frac{5}{4}y - \frac{2}{3}\right) + y$$

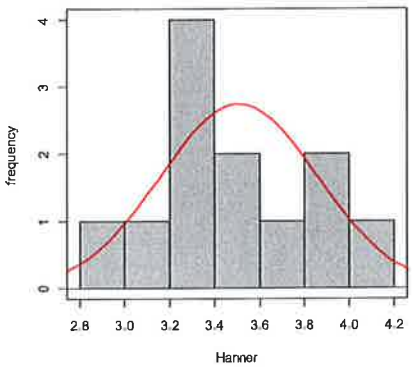
2. Ornitologer jobber med en populasjon av storfugl (*Tetrao urogallus*; se bildet) i Varaldskogen i Hedmark fylke. De er interessert i om det finnes «sexual size dimorphism», dvs. forskjell mellom kjønnene i vekt i populasjonen. Forskerne har samlet inn data av 12 hanner og 12 hunner for å sammenligne vekten mellom kjønnene. Som tilleggsinformasjon er vedlagt histogrammene av hanner og hunner, og resultatene av en Shapiro-Wilk test for hanner og hunner.

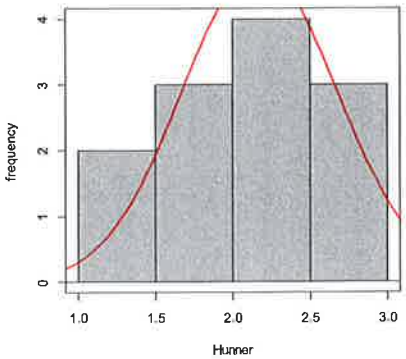
   a) Sett opp H0 og HA

   b) Utfør testen

   c) Beskriv resultatet med ord.

Hunner	Hanner
2.3	3.3
2.4	3.3
1.9	3.1
2	3.6
1.4	3.3
2.9	3.7
2.2	3.5
2.3	3.9
1.7	4.1
2.6	3.4
3.0	2.9
1.4	4






```
> shapiro.test(Dataset$Hanner)

Shapiro-Wilk normality test

data:  Dataset$Hanner
W = 0.9659, p-value = 0.864
```

```
> shapiro.test(Dataset$Hunner)

Shapiro-Wilk normality test

data:  Dataset$Hunner
W = 0.9581, p-value = 0.7557
```

3. a) Hva menes med en statistikk populasjon, en sample-enhet, en sample, en observasjon, og en variabel? Gi et kort eksempel.

   b) Forklar måleskalaene nominal, ordinal, intervall, og ratio. Gi et kort eksempel.

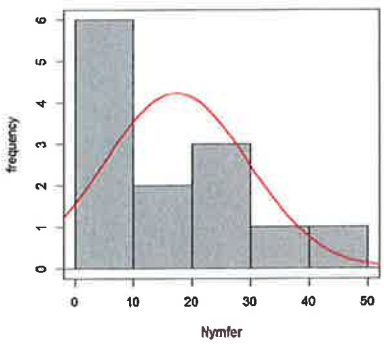
4. En biolog undersøker nytten av steinflyer (*Plecoptera*) larver (se bildet) som indikator på vannkvalitet i bekker. Data fra 13 bekker er samlet inn. Biologen er interessert i om det finnes en sammenheng mellom vannhardhet (målt som konsentrasjon av CaCO3 i milligram/liter) og antall *Plecoptera* larver. Som tilleggsinformasjon er vedlagt histogrammene av vannhardhet og nymfer, og resultatene av en Shapiro-Wilk test for vannhardhet og nymfer.

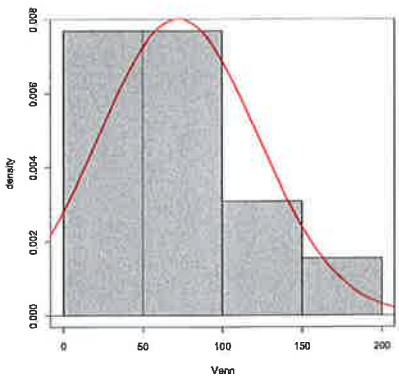
   a) Sett opp H0 og HA

   b) Utfør testen

   c) Beskriv resultatet med ord

Vannhardhet	Nymfer
17	42
20	40
22	30
28	7
42	12
55	10
55	8
75	7
80	23
90	12
145	9
145	5
170	21





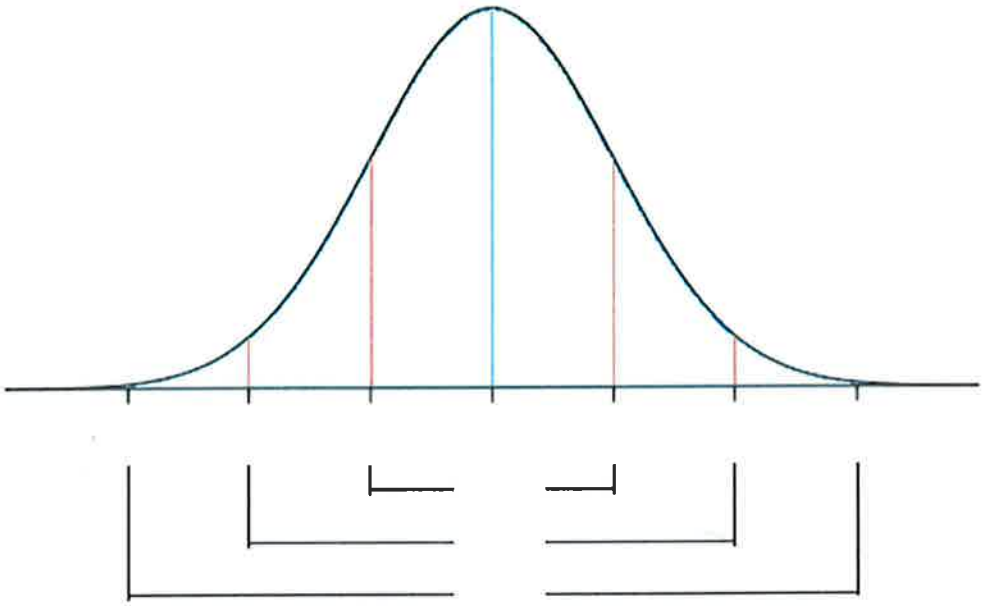

```
> shapiro.test(Dataset$Nymfer)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Dataset$Nymfer
W = 0.8296, p-value = 0.01565
```

```
> shapiro.test(Dataset$Vann)

Shapiro-Wilk normality test

data:  Dataset$Vann
W = 0.8848, p-value = 0.08281
```

5. a) Beskriv de matematiske egenskapene av en normalfordelingskurve, og fyll inn manglende verdier til normalfordelingen (μ, SD, proporsjonene) i figuren nedenfor.

b) I hvilken avstand fra gjennomsnittet av en normalfordelingskurve ligger 95% og 99% av observasjonene? Bruk enheter av SD som avstandsmål.

c) Beskriv kort teknikkene man kan bruke til å evaluere om en variabel er normalfordelt eller ikke.



6. Et studie av påkjørte kronhjort i Østerrike ble utført. Antall påkjørte kronhjort er klassifisert etter dagene i uka. Fra utvalget av 166 påkjørte hjort er det tilstrekkelig bevis til å fastslå at antall påkjørte hjort ikke er jevnt fordelt mellom ukedagene?

   a) Sett opp H0 og HA

   b) Utfør testen

   c) Beskriv resultatet med ord

ukedag	hjort påkjørt
mandag	21
tirsdag	19
onsdag	17
torsdag	22
fredag	16
lørdag	34
søndag	37

Vedlegg 1

Formelsamling Matematikk for økologer 4100

Median	$(n+1)/2$
Gjennomsnitt	$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$
Varians	$s^2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}$
Standardavvik	$SD = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}}$
Middelverdiens standardfeil	$SEM = \frac{SD}{\sqrt{n}}$
Konfidensintervall omkring gjennomsnittet	$\bar{x} \pm z * SEM$
Konfidensintervall for en ny observasjon	$\bar{x} \pm z * SD$
Kji-kvadrat test	$\chi^2 = \Sigma \frac{(Xi-Ei)^2}{Ei}$
MWU test	$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - \Sigma R_1$
	$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - \Sigma R_2$
Two sample t-test	$t = \frac{\lvert\bar{x}_1-\bar{x}_2\rvert}{\sqrt{\left(\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}\right)\left(\frac{n_1+n_2}{n_1 n_2}\right)}}$
Pearson Korrelasjons Koeffisient	$r = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{\sqrt{[n\Sigma x^2-(\Sigma x)^2][n\Sigma y^2-(\Sigma y)^2]}}$
Spearman Rang Korrelasjons Koeffisient	$\rho = 1 - \frac{6\Sigma(d^2)}{n^3-n}$

Kji-kvadrat tabell

Chi Square Distribution Table

d.f.	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$	$\chi^2_{.001}$
1	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.8
2	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6	13.8
3	4.11	6.25	7.81	9.35	11.3	12.8	16.3
4	5.39	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9	18.5
5	6.63	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7	20.5
6	7.84	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5	22.5
7	9.04	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3	24.3
8	10.2	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0	26.1
9	11.4	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6	27.9
10	12.5	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2	29.6
11	13.7	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8	31.3
12	14.8	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3	32.9
13	16.0	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8	34.5
14	17.1	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3	36.1
15	18.2	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8	37.7
16	19.4	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3	39.3
17	20.5	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7	40.8
18	21.6	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2	42.3
19	22.7	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6	32.8
20	23.8	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0	45.3
21	24.9	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4	46.8
22	26.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8	48.3
23	27.1	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2	49.7
24	28.2	33.2	36.4	39.4	32.0	45.6	51.2
25	29.3	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9	52.6
26	30.4	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3	54.1
27	31.5	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6	55.5
28	32.6	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0	56.9
29	33.7	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3	58.3
30	34.8	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7	59.7
40	45.6	51.8	55.8	59.3	63.7	66.8	73.4
50	56.3	63.2	67.5	71.4	76.2	79.5	86.7
60	67.0	74.4	79.1	83.3	88.4	92.0	99.6
70	77.6	85.5	90.5	95.0	100	104	112
80	88.1	96.6	102	107	112	116	125
90	98.6	108	113	118	124	128	137
100	109	118	124	130	136	140	149

Table from Ronald J. Wonnacott and Thomas H. Wonnacott, *Statistics: Discovering Its Power*, New York: John Wiley and Sons, 1982, p.352.

Mann-Whitney U test tabell

Critical Values for the Mann-Whitney U-Test

Level of significance: 5% (P = 0.05)

Size of the largest sample (n_2)

Size of the smallest sample (n_1)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	13	13
4	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14	15	16	17	17	18	19	20	21	22	23
5	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20	22	23	24	25	27	28	29	30	32	33
6		5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27	29	30	32	33	35	37	38	40	42	43
7			8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54
8				13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41	43	45	48	50	53	55	57	60	62	65
9					17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48	50	53	56	59	62	64	67	70	73	76
10						23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55	58	61	64	67	71	74	77	80	83	87
11							30	33	37	40	44	47	51	55	58	62	65	69	73	76	80	83	87	90	94	98
12								37	41	45	49	53	57	61	65	69	73	77	81	85	89	93	97	101	105	109
13									45	50	54	59	63	67	72	76	80	85	89	94	98	102	107	111	116	120
14										55	59	64	67	74	78	83	88	93	98	102	107	112	118	122	127	131
15											64	70	75	80	85	90	96	101	106	111	117	122	125	132	138	143
16												75	81	86	92	98	103	109	115	120	126	132	138	143	149	154
17													87	93	99	105	111	117	123	129	135	141	147	154	160	166
18														99	106	112	119	125	132	138	145	151	158	164	171	177
19															113	119	126	133	140	147	154	161	168	175	182	189
20																127	134	141	149	156	163	171	178	186	193	200
21																	142	150	157	165	173	181	188	196	204	212
22																		158	166	174	182	191	199	207	215	223
23																			175	183	192	200	209	218	226	235
24																				192	201	210	219	228	238	247
25																					211	220	230	239	249	258
26																						230	240	250	260	270
27																							250	261	271	282
28																								272	282	293
29																									294	305
30																										317

Two sample t-test tabell

t Table

cum. prob	$t_{.50}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.85}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$	$t_{.975}$	$t_{.99}$	$t_{.995}$	$t_{.999}$	$t_{.9995}$
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.000	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.000	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646

Pearson produkt moment korrelasjons tabell

Critical Values for Pearson's Correlation Coefficient

	Proportion in ONE Tail					
	.25	.10	.05	.025	.01	.005
	Proportion in TWO Tails					
DF	.50	.20	.10	.05	.02	.01
1	.7071	.9511	.9877	.9969	.9995	.9999
2	.5000	.8000	.9000	.9500	.9800	.9900
3	.4040	.6870	.8054	.8783	.9343	.9587
4	.3473	.6084	.7293	.8114	.8822	.9172
5	.3091	.5509	.6694	.7545	.8329	.8745
6	.2811	.5067	.6215	.7067	.7887	.8343
7	.2596	.4716	.5822	.6664	.7498	.7977
8	.2423	.4428	.5494	.6319	.7155	.7646
9	.2281	.4187	.5214	.6021	.6851	.7348
10	.2161	.3981	.4973	.5760	.6581	.7079
11	.2058	.3802	.4762	.5529	.6339	.6835
12	.1968	.3646	.4575	.5324	.6120	.6614
13	.1890	.3507	.4409	.5140	.5923	.6411
14	.1820	.3383	.4259	.4973	.5742	.6226
15	.1757	.3271	.4124	.4821	.5577	.6055
16	.1700	.3170	.4000	.4683	.5425	.5897
17	.1649	.3077	.3887	.4555	.5285	.5751
18	.1602	.2992	.3783	.4438	.5155	.5614
19	.1558	.2914	.3687	.4329	.5034	.5487
20	.1518	.2841	.3598	.4227	.4921	.5368
21	.1481	.2774	.3515	.4132	.4815	.5256
22	.1447	.2711	.3438	.4044	.4716	.5151
23	.1415	.2653	.3365	.3961	.4622	.5052
24	.1384	.2598	.3297	.3882	.4534	.4958
25	.1356	.2546	.3233	.3809	.4451	.4869
26	.1330	.2497	.3172	.3739	.4372	.4785
27	.1305	.2451	.3115	.3673	.4297	.4705
28	.1281	.2407	.3061	.3610	.4226	.4629
29	.1258	.2366	.3009	.3550	.4158	.4556
30	.1237	.2327	.2960	.3494	.4093	.4487
31	.1217	.2289	.2913	.3440	.4032	.4421
32	.1197	.2254	.2869	.3388	.3972	.4357
33	.1179	.2220	.2826	.3338	.3916	.4296
34	.1161	.2187	.2785	.3291	.3862	.4238
35	.1144	.2156	.2746	.3246	.3810	.4182
36	.1128	.2126	.2709	.3202	.3760	.4128
37	.1113	.2097	.2673	.3160	.3712	.4076
38	.1098	.2070	.2638	.3120	.3665	.4026
39	.1084	.2043	.2605	.3081	.3621	.3978
40	.1070	.2018	.2573	.3044	.3578	.3932
41	.1057	.1993	.2542	.3008	.3536	.3887
42	.1044	.1970	.2512	.2973	.3496	.3843
43	.1032	.1947	.2483	.2940	.3457	.3801
44	.1020	.1925	.2455	.2907	.3420	.3761
45	.1008	.1903	.2429	.2876	.3384	.3721
46	.0997	.1883	.2403	.2845	.3348	.3683
47	.0987	.1863	.2377	.2816	.3314	.3646
48	.0976	.1843	.2353	.2787	.3281	.3610
49	.0966	.1825	.2329	.2759	.3249	.3575
50	.0956	.1806	.2306	.2732	.3218	.3542

Spearman rang korrelasjons tabell

Table 1: Critical values for Spearman's rank correlation coefficient. For a sample of size n, two-sided critical values are given for significance levels .10, .05, and .01. Reject the null hypothesis of independence if the absolute value of the sample Spearman correlation coefficient exceeds the tabled value.

	Two-sided α		
	.10	.05	.01
n			
5	.900	—	—
6	.829	.886	—
7	.714	.786	.929
8	.643	.738	.881
9	.600	.700	.833
10	.564	.648	.794
11	.536	.618	.818
12	.497	.591	.780
13	.475	.566	.745
14	.457	.545	.716
15	.441	.525	.689
16	.425	.507	.666
17	.412	.490	.645
18	.399	.476	.625
19	.388	.462	.608
20	.377	.450	.591
21	.368	.438	.576
22	.359	.428	.562
23	.351	.418	.549
24	.343	.409	.537
25	.336	.400	.526
26	.329	.392	.515
27	.323	.385	.505
28	.317	.377	.496
29	.311	.370	.487
30	.305	.364	.478