Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

(6001) MATEMATIKK

11.12.2014

Tid:	5 timar
Målform:	Bokmål / Nynorsk
Sidetal:	5, inkludert framsida
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på studentweb.

Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

11.12. 2014

(6001) MATEMATIKK

Tid:	5 timer
Sidetall:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator

BOKMÅL

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $\quad f(x) = x^4 + x^3 + x + 1$

a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x-verdier: $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$.
Vis at funksjonen kan skrives som $f(x) = (x+1)^2(x^2-x+1)$.
Grunngi at funksjonen f er positiv overalt utenom nullpunktet.

b) Vis at den deriverte funksjonen kan skrives som $f'(x) = (x+1)(4x^2-x+1)$
Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.
Sett opp det lokale ekstrempunktet for f og avgjør om det også er globalt.

c) Bestem $f''(x)$.
Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn vendepunktene til f.
Skisser grafen til f for $-2 \leqq x \leqq \frac{3}{2}$. Tegn en stor figur og bruk ca. 4 cm som enhet på x-aksen, og ca. 2 cm som enhet på y-aksen. Du kan gjerne bruke linjalen nedenfor til å sette aksemerkene.

d) Finn likningen for tangenten til grafen til f når $x = 0$, og merk av denne tangenten på grafskissen.

Bestem verdien A der

$$A = \int_0^1 \left(x^4 + x^3 + x + 1\right) dx - \int_0^1 (x+1)\, dx$$

Merk av det området på grafskissen som A kan sies å angi størrelsen på.

Oppgave 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$

a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x-verdier: $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$.

Bestem $g'(x)$ og bruk denne til å avgjøre hvor g er voksende og hvor den er avtagende. Finn eventuelle ekstrempunkt. Har g globalt ekstrempunkt?

b) Vis at $g''(x) = (x^2 - 1)\ e^{-\frac{x^2}{2}}$. Gjør rede for hvordan grafen til g krummer og finn vendepunktene til g. Skisser grafen til g.

Oppgave 3

a) Erna har satt inn i banken et beløp på 30 000 kr til en rente på 2.5 % årlig. Hva er verdien av beløpet etter 2 år og 5 år? Hvor mange år vil det ta før hun har 40 000 kr på denne kontoen?

Siv kjøpte i 2011 en ny bil til 420 000 kr. Etter 2 år solgte hun bilen for 300 000 kr. Hva var gjennomsnittlig årlig prosentvis verditap på bilen i de 2 årene Siv eide den?

b) Jon vil spare et fast beløp hver måned for å kunne kjøpe en motorsykkel om 2 år, første gang i januar 2015. Månedlig rente er 0.3 %. Hvis Jon setter inn 1500 kr hver måned, hvor mye har han på kontoen rett etter at det 24. beløpet er satt inn?

Motorsykkelen som Jon skal kjøpe, koster 50 000 kr. Han velger å sette inn et fast beløp K hver måned. I tillegg vil Jon sette inn et ekstrabeløp på 2000 kr i april (både i 2015 og 2016), fordi da har han fødselsdag. Hva må beløpet K være for at han skal ha 50 000 kr på kontoen rett etter at det 24. månedlige beløpet er satt inn?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = 4x^2 - x^2y - 4y + y^2$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(0,\ 2)$, $(-2,\ 4)$ og $(2,\ 4)$.

Klassifiser de tre stasjonære punktene.

Skisser området D i xy-planet der: $D = \{\ (x,\ y)\ \big|\ 1 \leqq x \leqq 2,\ \ x^2 \leqq y \leqq 4\ \}$

Finn minimum for funksjonen h over området D.

Høgskolen i Telemark

EKSAMEN
11.12. 2014

(6001) MATEMATIKK

Tid:	5 timar
Sidetal:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator

NYNORSK

Oppgåve 1

Ein funksjon f er gitt ved at: $f(x) = x^4 + x^3 + x + 1$

a) Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande x-verdiar: $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$.

Vis at funksjonen kan skrivast som $f(x) = (x+1)^2(x^2 - x + 1)$.

Grunngi at funksjonen f er positiv overalt utanom nullpunktet.

b) Vis at den deriverte funksjonen kan skrivast som $f'(x) = (x+1)(4x^2 - x + 1)$

Avgjer kor funksjonen f er veksande og kor han er avtakande.

Sett opp det lokale ekstrempunktet for f og avgjer om det også er globalt.

c) Bestem $f''(x)$.

Gjer greie for korleis grafen til f krummar og finn vendepunkta til f.

Skisser grafen til f for $-2 \leqq x \leqq \frac{3}{2}$. Teikn ein stor figur og bruk ca. 4 cm som eining på x-aksen, og ca. 2 cm som eining på y-aksen. Du kan gjerne bruke linjalen nedanfor til å sette aksemerka.

d) Finn likninga for tangenten til grafen til f når $x = 0$, og merk av denne tangenten på grafskissa.

Bestem verdien A der

$$A = \int_0^1 \left(x^4 + x^3 + x + 1\right) dx - \int_1^3 (x+1)\, dx$$

Merk av det området på grafskissa som A kan seiast å gi storleiken på.

Oppgåve 2

Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$

a) Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande x-verdiar: $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$.

Bestem $g'(x)$ og bruk denne til å avgjere kor g er veksande og kor g er avtakande. Finn eventuelle ekstrempunkt. Har g globalt ekstrempunkt?

b) Vis at $g''(x) = (x^2 - 1)\, e^{-\frac{x^2}{2}}$. Gjer greie for korleis grafen til g krummar og finn vendepunkta til g. Skisser grafen til g.

Oppgåve 3

a) Erna har satt inn i banken eit beløp på 30 000 kr til ei rente på 2.5 % årleg. Kva er verdien av beløpet etter 2 år og 5 år? Kor mange år vil det ta før ho har 40 000 kr på denne kontoen?

Siv kjøpte i 2011 ein ny bil til 420 000 kr. Etter 2 år selde ho bilen for 300 000 kr. Kva var gjennomsnittleg årleg prosentvis verditap på bilen i dei 2 åra Siv eigde han?

b) Jon vil spare eit fast beløp kvar månad for å kunne kjøpe ein motorsykkel om 2 år, første gang i januar 2015. Månadleg rente er 0.3 %. Dersom Jon set inn 1500 kr kvar månad, kor mykje har han på kontoen rett etter at det 24. beløpet er sett inn?

Motorsykkelen som Jon skal kjøpe, kostar 50 000 kr. Han vel å setje inn eit fast beløp K kvar månad. I tillegg vil Jon setje inn eit ekstrabeløp på 2000 kr i april (både i 2015 og 2016), fordi da har han fødselsdag. Kva må beløpet K vere for at han skal ha 50 000 kr på kontoen rett etter at det 24. månadlege beløpet er sett inn?

Oppgåve 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x,y) = 4x^2 - x^2y - 4y + y^2$

a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen h.

b) Vis at funksjonen h har nøyaktig tre stasjonære punkt: $(0,\ 2)$, $(-2,\ 4)$ og $(2,\ 4)$.

Klassifiser dei tre stasjonære punkta.

Skisser området D i xy-planet der: $D = \{\ (x,\ y) \mid 1 \leqq x \leqq 2,\ \ x^2 \leqq y \leqq 4\ \}$

Finn minimum for funksjonen h over området D.