

**(6001) M A T E M A T I K K**Tid: 5 timer (09<sup>00</sup> - 14<sup>00</sup>)

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

---

BOKMÅL**Oppgave 1**I denne oppgaven er en funksjon  $f$  gitt ved at:  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ 

- a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende argument ( $x$ -verdier):  $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ .  
Vis at  $f$  kan skrives som:  $f(x) = (x + 1)(x - 2)^2$   
Avgjør hvor funksjonen  $f$  er positiv, hvor den er negativ og hvor den har nullpunkt.
- b) Finn  $f'(x)$ .  
Bestem de intervallene der funksjonen  $f$  er voksende og der den er avtagende.  
Sett opp lokale ekstrempunkt og avgjør om noen av dem er globale.
- c) Finn  $f''(x)$ .  
Gjør rede for hvordan grafen til  $f$  krummer og finn eventuelle vendepunkt.  
Skisser grafen til  $f$ .
- d) Finn likningen for tangenten til grafen når  $x = 0$ , og merk den av på grafskissen.

Regn ut verdien  $A$  der: 
$$A = \int_0^3 4 dx - \int_0^3 f(x) dx$$
 $A$  kan tolkes som arealet av et område. Merk av dette området på grafskissen.

## Oppgave 2

- a) Funksjonen  $f$  er gitt ved at:  $f(x) = \sqrt{12 - 3x}$   
Sett opp definisjonsmengden til  $f$  og finn nullpunktet for funksjonen.  
Finn  $f'(x)$  og avgjør om grafen til  $f$  har ekstrempunkt.
- b) Funksjonen  $g$  er gitt ved at:  $g(x) = (1 - x)e^{(1+x)}$   
Bestem skjæringspunktene mellom grafen til  $g$  og koordinataksene.  
Finn  $g'(x)$  og bruk dette til å avgjøre om grafen til  $g$  har ekstrempunkt.

## Oppgave 3

- a) Andreas har satt i banken et beløp på 150 000 kr til 3% årlig rente.  
Hva er verdien av dette beløpet etter 1 år og etter 3 år?  
Hva står på kontoen etter 3 år dersom Andreas tar ut 50 000 kr ved utgangen av det første året og 50 000 kr ved utgangen av det andre året?  
Dersom beløpet på 150 000 kr får stå urørt på kontoen, hvor lang tid vil det ta før beløpet er doblet?
- b) Ågot har tatt opp et lån på 1 500 000 kr til kjøp av leilighet. Renten er 5% årlig, og betalingen skal skje over 15 år med like store årlige beløp, første gang ett år etter låneopptak. Hva blir det årlige beløpet Ågot må betale?  
Ågot har også fått tilbud om kvartalsvis betaling av lånet (dvs. 4 betalinger pr. år). Hvilken kvartalsrente svarer til 5% årlig rente? Hva må Ågot i så fall betale på lånet hvert kvartal?  
Ågot skal uansett innfri lånet umiddelbart etter gjennomført betaling etter det tiende året og ønsker å velge årsrente eller kvartalsrente på lånet for å få minst mulig restgjeld å innfri. Hva slags rentetype anbefaler du henne å velge? Grunngi svaret.

## Oppgave 4

Funksjonen  $h$  er gitt ved at:  $h(x, y) = y^3 + y^2 - xy - y^2x$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for  $h$ .
- b) Vis at  $h$  har nøyaktig to stasjonære punkt:  $(-1, -1)$  og  $(0, 0)$ , og klassifiser dem.  
 $D$  er området i  $xy$ -planet som er avgrenset av trekanten med hjørner i punktene  $(-1, 0)$ ,  $(-1, -1)$  og  $(0, 0)$ . Sidekantene er med i  $D$ .  
Skisser området  $D$ . Finn minimumspunktet for  $h$  over området  $D$ .

- SLUTT -



# (6001) M A T E M A T I K K

Tid: 5 timar (09<sup>00</sup> - 14<sup>00</sup>)

Sidetal: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

---

NYNORSK

## Oppgave 1

I denne oppgåva er ein funksjon  $f$  gitt ved at:  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

a) Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande argument ( $x$ -verdiar):  $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ .

Vis at  $f$  kan skrivast som:  $f(x) = (x + 1)(x - 2)^2$

Avgjer kor funksjonen  $f$  er positiv, kor han er negativ og kor han har nullpunkt.

b) Finn  $f'(x)$ .

Bestem dei intervalla der funksjonen  $f$  er veksande og der han er avtakande.

Sett opp lokale ekstrepunkt og avgjer om nokon av dei er globale.

c) Finn  $f''(x)$ .

Gjer greie for korleis grafen til  $f$  krummar og finn eventuelle vendepunkt.

Skisser grafen til  $f$ .

d) Finn likninga for tangenten til grafen når  $x = 0$ , og merk han av på grafskissa.

Rekn ut verdien  $A$  der: 
$$A = \int_0^3 4 dx - \int_0^3 f(x) dx$$

$A$  kan tolkast som arealet av eit område. Merk av dette området på grafskissa.

## Oppgave 2

- a) Funksjonen  $f$  er gitt ved at:  $f(x) = \sqrt{12 - 3x}$   
Sett opp definisjonsmengda til  $f$  og finn nullpunktet for funksjonen.  
Finn  $f'(x)$  og avgjer om grafen til  $f$  har ekstrempunkt.
- b) Funksjonen  $g$  er gitt ved at:  $g(x) = (1 - x)e^{(1+x)}$   
Bestem skjæringspunktene mellom grafen til  $g$  og koordinataksane.  
Finn  $g'(x)$  og bruk dette til å avgjere om grafen til  $g$  har ekstrempunkt.

## Oppgave 3

- a) Andreas har satt i banken eit beløp på 150 000 kr til 3 % årleg rente.  
Kva er verdien av dette beløpet etter 1 år og etter 3 år?  
Kva står på kontoen etter 3 år dersom Andreas tek ut 50 000 kr ved utgangen av det første året og 50 000 kr ved utgangen av det andre året?  
Dersom beløpet på 150 000 kr får stå urørt på kontoen, kor lang tid vil det ta før beløpet er dobla?
- b) Ågot har tatt opp eit lån på 1 500 000 kr til kjøp av leilegheit. Renta er 5 % årleg, og betalinga skal skje over 15 år med like store årlege beløp, første gang eitt år etter låneopptak. Kva blir det årlege beløpet Ågot må betale?  
Ågot har også fått tilbod om kvartalsvis betaling av lånet (dvs. 4 betalingar pr. år). Kva for kvartalsrente svarar til 5 % årleg rente? Kva må Ågot i så fall betale på lånet kvart kvartal?  
Ågot skal uansett innfri lånet umiddelbart etter gjennomført betaling etter det tiande året og ønsker å velje årsrente eller kvartalsrente på lånet for å få minst mogleg restgjeld å innfri. Kva slag rentetype vil du gje ho råd om å velje? Grunngi svaret.

## Oppgave 4

Funksjonen  $h$  er gitt ved at:  $h(x, y) = y^3 + y^2 - xy - y^2x$

- a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for  $h$ .
- b) Vis at  $h$  har nøyaktig to stasjonære punkt:  $(-1, -1)$  og  $(0, 0)$ , og klassifiser dei.  
 $D$  er området i  $xy$ -planet som er avgrensa av trekanten med hjørne i punkta  $(-1, 0)$ ,  $(-1, -1)$  og  $(0, 0)$ . Sidekantane er med i  $D$ .  
Skisser området  $D$ . Finn minimumspunktet for  $h$  over området  $D$ .

- SLUTT -