Høgskolen i Telemark
Fakultet for allmennvitenskapelige fag

EKSAMEN

6005
Statistikk I

8.05.2014

Tid:	4 timer
Målform:	Bokmål
Sidetal:	4 (inkludert denne)
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Sensuren finner du på StudentWeb.

Oppgave 1

Kjøpere av den nye bilmodellen *Alfa Sport Cruiser* kan velge mellom manuelt gir og automatgir, og de kan velge mellom forhjulstrekk og 4-hjulstrekk. Automatgir og 4-hjulstrekk er dyrere enn henholdsvis manuelt gir og forhjulstrekk. Vi lar A være utfallet at en kunde velger automatgir, og B er utfallet at en kunde velger 4-hjulstrekk.

Vi antar her at $P(A) = 0.50$, $P(B) = 0.30$ og $P(A \cap B) = 0.20$.

a) Regn ut $P(\overline{B})$, $P(A \cup B)$, $P(B|A)$ og $P(\overline{B}|A)$. Forklar kort hva disse sannsynlighetene sier oss (bruk gjerne prosentverdier).

Hva er sannsynligheten for at en kunde velger manuelt gir og forhjulstrekk?

Oppgave 2

Frode Jensen er utpekt til å ta alle straffesparkene for Breisås FK i fotballsesongen 2014. Vi antar at sannsynligheten for at han skårer på et straffespark er 0.85. Om det blir mål eller ikke på et straffespark, er uavhengig av hva som skjer på de andre straffesparkene.

a) Hva er sannsynligheten for at Frode skårer på de to første straffesparkene i sesongen?
Hva er sannsynligheten for at han skårer på de to første og bommer på det tredje?
Hva er sannsynligheten for at han skårer på to av de tre første straffesparkene?

Dersom en kamp i norgesmesterskapet i fotball (også kalt cupen) ender uavgjort, blir det straffesparkkonkurranse for å avgjøre hvilket lag som går videre til neste runde. Hvert lag tar 5 straffespark (med 5 forskjellige spillere), og det laget som får flest mål, går videre. (Er det fremdeles uavgjort, tar hvert lag et nytt straffespark inntil det ene laget skårer og det andre laget bommer, men det skal vi ikke regne på i denne oppgaven.)

b) Vi antar at X er antall av de 5 første straffesparkene som blir mål for et lag som må ut i straffesparkkonkurranse. Angi forutsetningene for at X er binomisk fordelt med parametrer $n = 5$ og p der p er sannsynligheten for at det blir mål på et straffespark. Du kan anta at disse forutsetningene er oppfylt.

Sett opp formelen for punktsannsynlighetene til X når vi antar $p = 0.80$.

Finn $E(X)$ og forklar kort hva denne verdien sier oss.

Regn ut $P(X = 5)$. Finn også sannsynligheten for at laget bommer på minst 2 av de 5 straffesparkene.

Oppgave 3

Vi skal studere innholdet av fett i grillpølser. Vi antar at fettprosenten X i en grillpølse er normalfordelt med forventning $\mu = 18.0$ og standardavvik $\sigma = 2.0$. Vi antar dessuten at fettprosenter i forskjellige pølser er uavhengige variabler.

a) Finn sannsynligheten for at fettprosenten i en pølse er over 20.0. Finn dessuten $P(15.0 < X < 20.0)$. Merk av de funne sannsynlighetene som arealer på en skisse av sannsynlighetstettheten til X.

Kari spiser tre grillpølser til middag.

b) Hva er sannsynligheten for at gjennomsnittlig fettprosent i de tre pølsene er over 20.0? Hva er sannsynligheten for at fettprosenten er over 20.0 i minst én av de tre pølsene?

Oppgave 4

Det skal testes om fettprosenten μ i en type grillpølser er over 18.0. Et laboratorium har derfor målt fettprosent i 15 pølser. Målingene $X_1, X_2, \ldots, X_{15}$ antas å være uavhengige og normalfordelte med forventning μ og standardavvik σ. μ er gjennomsnittlig fettprosent i denne typen grillpølser.

a) Estimer μ og σ på grunnlag av resultatene til slutt i oppgaven. Finn et 95 % konfidensintervall for μ når vi antar at $\sigma = 2.0$.

I punktene b) og c) antar vi at $\sigma = 2.0$.

b) Vi skal teste

$$H_0: \ \mu = 18.0 \qquad \text{mot} \qquad H_1: \ \mu > 18.0$$

Gjennomfør testingen og angi konklusjonen på testen når resultatene er som til slutt i oppgaven. Bruk signifikansnivå 5 %.

c) Finn og skisser styrkefunksjonen for testen. Regn spesielt ut styrken for $\mu = 20.0$. Forklar kort hva denne verdien forteller oss.

d) Finn et 95 % konfidensintervall for μ og gjennomfør hypotesetesten i b) når vi antar at standardavviket σ er ukjent. Bruk også her signifikansnivå 5 % i testen.

Resultater

X (prosent) : 21.7 18.8 17.9 17.1 24.2 18.2 22.8 20.3 18.4 18.8 21.0 21.9 19.2 20.9 22.4

$$\bar{X} = 20.24 \qquad \sum (X_i - \bar{X})^2 = 60.92$$

Oppgave 5

Vi skal studere hvordan ansiennitet virker inn på lønn for statsansatte som har bachelorgrad i økonomi og administrasjon. Vi lar Y (tusen kroner) være årslønn for en ansatt som har x års ansiennitet i jobben.

Vi skal bruke en regresjonsmodell der det antas at Y er normalfordelt med forventning $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 x$ og standardavvik $\sigma = 20$ tusen kroner. Vi antar dessuten at årslønn for forskjellige ansatte er uavhengige variabler.

Undersøkelsen skal baseres på opplysninger om årslønn og ansiennitet for 10 ansatte i staten, alle med fullført bachelorgrad i økonomi og administrasjon. Observasjonene er gitt til slutt i oppgaven.

a) Estimer β_0 og β_1. Forklar kort med ord hva de estimerte verdiene uttrykker.

Tyder disse observasjonene på at ett års økning i ansienniteten i gjennomsnitt gir mer enn 5 tusen kroner i økt årslønn? Formuler dette spørsmålet som en hypotesetest.

Finn signifikanssannsynligheten og angi konklusjonen på testen når observasjonene er som nedenfor. Bruk signifikansnivå 5 %.

Observasjoner

x	3	1	7	12	4	1	8	10	5	6
Y	445	415	480	510	450	390	500	460	450	490

$\bar{x} = 5.7$ $\quad \bar{Y} = 459.0$ $\quad M = \sum_{i=1}^{10}(x_i - \bar{x})^2 = 120.1$ $\quad \sum_{i=1}^{10}(x_i - \bar{x})Y_i = 1047.0$