



**Høgskolen i Telemark**

**EKSAMEN**

**(6001) MATEMATIKK**

**11.12.2015**

Tid:	5 timar, 09:00 – 14:00
Målform:	Bokmål / Nynorsk
Sidetal:	5, inkludert framsida
Hjelpemiddel:	Kalkulator og formelsamling
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

**Eksamensresultata blir offentleggjort på studentweb.**





## (6001) MATEMATIKK

Tid: 5 timer

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

---

BOKMÅL

### Oppgave 1

En funksjonen  $f$  er gitt ved at:  $f(x) = -x^4 + 2x^3$

- a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende  $x$ -verdier:  $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ .  
Finn nullpunktene til funksjonen  $f$ .  
Avgjør hvor funksjonen  $f$  er positiv og hvor den er negativ.

- b) Bestem  $f'(x)$ .  
Avgjør hvor funksjonen  $f$  er voksende og hvor den er avtagende.  
Finn det lokale ekstrepunktet for  $f$  og avgjør om det også er globalt.

- c) Bestem  $f''(x)$ .  
Gjør rede for hvordan grafen til  $f$  krummer og finn vendepunktene.  
Skisser grafen til  $f$ .

- d) Bestem skjæringspunktene mellom grafen til funksjonen  $g(x) = -x^3 + 2x^2$  og grafen til  $f$ .

Bestem verdien: 
$$A = \int_1^2 (-x^4 + 2x^3) dx - \int_1^2 (-x^3 + 2x^2) dx$$

Merk av det området på grafskissen som  $A$  kan sies å angi størrelsen på.

## Oppgave 2

a) Funksjonen  $f$  er gitt ved at:  $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$

Er  $f$  definert for alle  $x$ -verdier?

Finn skjæringspunktene mellom  $f$  og koordinataksene.

Bestem  $f'(x)$  og bruk denne til å vise at  $f$  ikke har noen ekstrempunkt.

b) Funksjonen  $g$  er gitt ved at:  $g(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)$

Forklar hvorfor  $g$  ikke er definert for  $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ .

Vis at  $g'(x) = \frac{-4}{(2x-1)(2x+1)}$

Har  $g$  noen ekstrempunkt?

## Oppgave 3

a) Jonas har satt inn i banken et beløp på 50 000 kr til en rente på 2.0 % årlig.

Hva er verdien av beløpet etter 1 år, 5 år og 10 år?

Hvor mange år vil det ta før det står 80 000 kr på denne kontoen?

Raymond kjøpte i 2010 en leilighet på fjellet til 1 800 000 kr. Etter 5 år solgte han leiligheten for 2 200 000 kr. Hva var gjennomsnittlig årlig prosentvis verdistigning på leiligheten i de 5 årene han eide den?

b) Mette lånte 1 500 000 kr til kjøp av leilighet i 2011. Renten på lånet var 3.5 % årlig, og betalingen skulle skje over 15 år med like store årlige beløp. Første betaling var i 2012, ett år etter låneopptak. Hva var det årlige beløpet?

I 2015, rett etter årets betaling, ble årlig rente satt ned til 3.0 %. Hva ble det nye årlige beløpet Mette må betale?

## Oppgave 4

Funksjonen  $h$  er gitt ved at:  $h(x, y) = xy - x^2y + x^3$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen  $h$ .

b) Vis at funksjonen  $h$  har nøyaktig to stasjonære punkt:  $(0, 0)$  og  $(1, 3)$ .

Klassifiser de to stasjonære punktene.

Finn maksimum for funksjonen  $h$  under bibetingelsen  $y - x = 2$ .



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

11.12. 2015

## (6001) MATEMATIKK

Tid: 5 timar

Sidetal: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

---

NYNORSK

### Oppgåve 1

Ein funksjonen  $f$  er gitt ved at:  $f(x) = -x^4 + 2x^3$

- a) Rekn ut funksjonsverdiane til følgjande  $x$ -verdiar:  $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ .  
Finn nullpunkta til funksjonen  $f$ .  
Avgjer kor funksjonen  $f$  er positiv og kor han er negativ.

- b) Bestem  $f'(x)$ .  
Avgjer kor funksjonen  $f$  er veksande og kor han er avtakande.  
Finn det lokale ekstrepunktet for  $f$  og avgjer om det også er globalt.

- c) Bestem  $f''(x)$ .  
Gjer greie for korleis grafen til  $f$  krummar og finn vendepunkta.  
Skisser grafen til  $f$ .

- d) Bestem skjæringspunkta mellom grafen til funksjonen  $g(x) = -x^3 + 2x^2$  og grafen til  $f$ .

Bestem verdien:  $A = \int_1^2 (-x^4 + 2x^3) dx - \int_1^2 (-x^3 + 2x^2) dx$

Merk av det området på grafskissa som  $A$  kan seiast å gi storleiken på.

## Oppgåve 2

a) Funksjonen  $f$  er gitt ved at:  $f(x) = \frac{2x + 1}{2x - 1}$

Er  $f$  definert for alle  $x$ -verdier?

Finn skj eringspunkta mellom  $f$  og koordinataksane.

Bestem  $f'(x)$  og bruk han til å vise at  $f$  ikkje har noko ekstrepunkt.

b) Funksjonen  $g$  er gitt ved at:  $g(x) = \ln\left(\frac{2x + 1}{2x - 1}\right)$

Forklar kvifor  $g$  ikkje er definert for  $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ .

Vis at  $g'(x) = \frac{-4}{(2x - 1)(2x + 1)}$

Har  $g$  noko ekstrepunkt?

## Oppgåve 3

a) Jonas har satt inn i banken eit beløp på 50 000 kr til ei rente på 2.0 %  rleg.

Kva er verdien av beløpet etter 1 år, 5 år og 10 år?

Kor mange år vil det ta f r det står 80 000 kr på denne kontoen?

Raymond kjøpte i 2010 ei leilegheit på fjellet til 1 800 000 kr. Etter 5 år selde han leilegheita for 2 200 000 kr. Kva var gjennomsnittleg  rleg prosentvis verdistigning på leilegheita i dei 5  ra han eigde ho?

b) Mette l nte 1 500 000 kr til kjøp av leilegheit i 2011. Renta på lånet var 3.5 %  rleg, og betalinga skulle skje over 15 år med like store  rlege beløp. Første betaling var i 2012, eitt år etter låneopptak. Kva var det  rlege beløpet?

I 2015, rett etter betalinga det året, blei  rleg rente satt ned til 3.0 %. Kva blei det nye  rlege beløpet Mette må betale?

## Oppgåve 4

Funksjonen  $h$  er gitt ved at:  $h(x, y) = xy - x^2y + x^3$

a) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden for funksjonen  $h$ .

b) Vis at funksjonen  $h$  har nøyaktig to stasjonære punkt:  $(0, 0)$  og  $(1, 3)$ .

Klassifiser dei to stasjonære punkta.

Finn maksimum for funksjonen  $h$  under bibetingelsen  $y - x = 2$ .