



Høgskolen i Telemark

EKSAMEN

(6001) MATEMATIKK

27.05.2015

Tid: 5 timer, 09:00 – 14:00

Sidetal: 3, inkludert framsida

Hjelpemiddel: Kalkulator og formelsamling

Merknader: Ingen

Vedlegg: Ingen

Eksamensresultata blir offentliggjort på studentweb.





(6001) MATEMATIKK

Tid: 5 timer

Sidetall: 2

Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved at: $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

a) Regn ut funksjonsverdiene til følgende x -verdier: $-2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Vis at funksjonen kan skrives som: $f(x) = (x - 1)(x^2 - 1)$.

Sett opp nullpunktene og avgjør hvor funksjonen er positiv og hvor den er negativ.

b) Bestem $f'(x)$. Avgjør hvor funksjonen f er voksende og hvor den er avtagende.

Sett opp lokale ekstrempunkt for f og avgjør om noen av dem er globale.

c) Bestem $f''(x)$. Gjør rede for hvordan grafen til f krummer og finn vendepunktet.

Vis at skjæringspunktene mellom grafen til f og den rette linja $y = x + 1$ er $(-1, 0)$, $(0, 1)$ og $(2, 3)$.

d) Skisser grafen til f .

Bestem verdien A der

$$A = \int_0^2 (x + 1) dx - \int_0^2 (x^3 - x^2 - x + 1) dx$$

Merk av det området på grafskissen som A kan sies å angi størrelsen på.

Oppgave 2

- a) Funksjonen f er gitt ved at: $f(x) = x + \ln(12 - 4x)$

Sett opp definisjonsmengden til f . Beregn funksjonsverdiene for $x = 0$ og $x = 2$.

Vis at $f'(x) = \frac{8 - 4x}{12 - 4x}$ og avgjør om grafen til f har ekstrempunkt.

- b) Funksjonen g er gitt ved at: $g(x) = (2 - 3x)e^{-3x}$

Bestem skjæringspunktene mellom grafen til g og de to koordinataksene.

Vis at $g'(x) = (9x - 9)e^{-3x}$ og bestem ekstrempunktet på grafen til g .

Oppgave 3

Egil har arvet etter en rik onkel og mottok 800 000 kr den 1. januar 2015. Han plasserte umiddelbart hele arven i en bank til 3% rente per år.

- a) Hva vil verdien av arven være om den står urørt henholdsvis i 2 år og i 5 år?

Hvor lenge må arven stå urørt for at verdien skal være doblet?

Hvor mye kunne Egil ha brukt av arven i det han fikk den og likevel hatt 800 000 kr tilgjengelig igjen om 5 år, dersom resten av arven ble stående til 3% årlig rente?

- b) Egil bestemte seg for å "leve på arven" noen år ved å sette arvebeløpet rett i banken og så fordele utbetalingen av arven i like store beløp ved starten av hvert år i 5 år fremover. Første utbetaling skal skje 1. januar 2016.

Hvor mye kan han ta ut slik i fem år fremover når den årlige renta er på 3%?

Dersom Egil heller hadde valgt å ta ut 120 000 kr ved starten av hvert år fremover, første gang 1. januar 2016, hvor lenge hadde da den opprinnelige arven holdt med samme årlige rente?

Oppgave 4

Funksjonen h er gitt ved at: $h(x, y) = -x^3 + x - xy + x^2y$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden for h .

Vis at h har nøyaktig to stasjonære punkt: $(0, 1)$ og $(1, 2)$, og klassifiser dem.

- b) Vis at funksjonen kan skrives som: $h(x, y) = (x - y + 1)(x - x^2)$

D er området i xy -planet som er avgrenset av trekanten med hjørner i $(0, 1)$, $(1, 1)$ og $(1, 2)$. Sidekantene er med i D .

Skisser området D og merk av de stasjonære punktene.

Finn maksimumspunktet for h over området D .