Høgskolen i Telemark

Fakultet for allmennvitenskapelige fag

EKSAMEN

6005
Statistikk I

8.05.2015

Tid:	4 timer
Målform:	Bokmål
Sidetal:	3 (inkludert denne)
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator
Merknader:	Ingen
Vedlegg:	Ingen

Sensuren finner du på StudentWeb.

Oppgave 1

En bedrift som produserer elektroniske komponenter, har to maskiner A og B. Maskin A står for 60 % av produksjonen og maskin B for 40 %. På maskin A har det vist seg at 5 % av komponentene blir defekte, mens på maskin B blir 3 % av komponentene defekte.

Vi tenker oss at vi trekker ut tilfeldig en komponent fra bedriftens produksjon. La A og B være utfallene at komponenten er fra henholdsvis maskin A og B, og la D være utfallet komponenten er defekt.

a) Formuler opplysningene i oppgaven som sannsynligheter og betingede sannsynligheter for A, B og D.

   Regn ut P(D) og P(A|D). Forklar hva disse sannsynlighetene sier oss. Bruk da gjerne prosentverdier som i oppgaveteksten.

Oppgave 2

En revisor kontrollerer en type bilag i en bedrift. Vi lar p være sannsynligheten for at det er feil på et bilag, og X er antall bilag med feil av n kontrollerte bilag.

a) Gjør kort greie for forutsetningene for at X er binomisk fordelt med parametrer n og p. Anta at disse er oppfylt i resten av oppgaven.

   I dette punktet antar vi at $n = 25$ bilag skal kontrolleres og at $p = 0.02$.

   Hva er $E(X)$ og $Var(X)$?

   Regn ut $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ og $P(X > 1)$.

Det kan vises at når X er binomisk fordelt med stor n og liten p, så er X tilnærmet Poissonfordelt med parameter $\lambda = np$. Dette er den såkalte Poissontilnærmelsen.

En dag skal revisoren kontrollere $n = 100$ bilag. Vi antar at $p = 0.02$.

b) Regn ut $P(X \leq 1)$ både ved å bruke binomisk fordeling og ved å bruke Poissontilnærmelsen. Kommenter resultatet kort.

   Når en har binomisk fordeling, brukes ofte normaltilnærmelsen. Gi en kort vurdering av om en i dette tilfellet bør bruke normaltilnærmelsen eller ikke.

Oppgave 3

I et kjøpesenter selges grillet kylling. Vi antar at vekten av en kylling X (gram) er normalfordelt med forventning $\mu = 1000$ og standardavvik $\sigma = 40$. Vekter av forskjellige kyllinger antas å være uavhengige variabler.

a) Hva er sannsynligheten for at en kylling veier under 980 gram? Finn også sannsynligheten for at en kylling veier mellom 980 gram og 1050 gram. Tegn inn de funne sannsynlighetene som arealer på en skisse av sannsynlighetstettheten.

b) En kunde kjøper 4 kyllinger. Hva er sannsynligheten for at disse til sammen veier under 3800 gram? Hva er sannsynligheten for at minst 3 av de 4 kyllingene veier under 980 gram?

Oppgave 4

Vi studerer som i oppgave 3 vekten av grillet kylling som blir solgt i et kjøpesenter. Det skal undersøkes om det er grunnlag for å påstå at gjennomsnittsvekten av kyllingene er lavere enn 1000 gram. Vekten av 14 kyllinger er målt, og målingene, $X_1, X_2, \ldots, X_{14}$ (gram), antas å være uavhengige og normalfordelte med forventning μ og standardavvik σ. Resultatene er gitt til slutt i oppgaven.

a) Estimer μ og σ.

Finn et 95% konfidensintervall for μ når vi antar at $\sigma = 40$. Hvor mange kyllinger måtte en ha veid for å få et 95 % konfidensintervall med feilmargin 10.0 gram?

I punktene b), c) og d) antar vi at $\sigma = 40$.

b) Vi skal teste

$$H_0: \mu = 1000 \qquad \text{mot} \qquad H_1: \mu < 1000$$

Signifikansnivået skal være 5%. Finn den kritiske verdien for testen og angi konklusjonen når resultatene er som nedenfor.

c) Finn og skisser styrkefunksjonen for testen. Regn spesielt ut styrken for $\mu = 970$ og $\mu = 950$.

d) Finn signifikanssannsynligheten for testen i b). Vis at ut du fra denne får samme konklusjon på testen som i b) når signifikansnivået er 5 %. Forklar kort hva signifikanssannsynligheten sier oss.

e) Gjennomfør også testing av hypotesen i b) når vi antar at σ er ukjent. La igjen signifikansnivået være 5 %.

Resultater

X (gram):	1034	975	915	1007	960	945	964	1012	997	940	927	1014	1009	1023

$$\overline{X} = 980.1 \qquad \sum (X_i - \overline{X})^2 = 19343.7$$