Høgskolen i Sørøst-Norge

EKSAMEN

600 5 Statistikk I

4.05.2016

Tid:	4 timer (9-13)
Målform:	Bokmål
Sidetall:	4 (inkludert denne)
Hjelpemiddel:	Formelsamling og kalkulator.

Sensuren finner du på StudentWeb.

Oppgave 1

Ved produksjon av elektriske komponenter forekommer to typer feil: Feil type 1 (F_1) og feil type 2 (F_2). Vi lar utfallet F_1 være at en tilfeldig komponent fra produksjonen har feil av type I, og F_2 er at den har feil av type II. Vi antar at $P(F_1) = 0.08$, $P(F_2) = 0.12$ og $P(F_1 \cap F_2) = 0.04$.

a) Tegn et Venn-diagram over utfallsrommet med F_1 og F_2 inntegnet som arealer.
Er F_1 og F_2 uavhengige utfall? Svaret skal begrunnes.

Regn ut $P(\overline{F_1})$, $P(F_1 \cup F_2)$, $P(F_1 \mid F_2)$ og $P(\overline{F_1} \mid F_2)$.

Hva er sannsynligheten for at en komponent fra produksjonen ikke har noen av de to feilene?

Oppgave 2

Ved en porselensfabrikk undersøkes produserte tallerkener fortløpende for produksjonsfeil. Kun feilfrie produkter selges som ordinær vare. Vi antar at om det er feil på en tallerken eller ikke, er uavhengig av om andre tallerkener har produksjonsfeil eller er feilfrie. Sannsynligheten for at det er produksjonsfeil på en tilfeldig valgt tallerken er 6 %.

a) Hva er sannsynligheten for at den første tallerkenen som kontrolleres er feilfri?
Hva er sannsynligheten for at de tre første tallerkenene som kontrolleres er feilfrie, og at det er produksjonsfeil på den fjerde?
Hva er sannsynligheten for at tre av de fire først kontrollerte tallerkenene er feilfrie?

Ta for deg et parti på 200 tallerkener og la X være antall tallerkener med produksjonsfeil.

b) Gjør rede for hvilke betingelser som må være oppfylt for at X skal være binomisk fordelt med parametre $n = 200$ og $p = 0.06$.

Sett opp formelen for punktsannsynlighetene til X. Hva blir $E(X)$ og $Var(X)$?

Hva er sannsynligheten (tilnærmet) for at det i dette partiet er høyst (maksimalt) 9 tallerkener med produksjonsfeil?

Oppgave 3

I klimadebatten i den senere tid har det vært fokusert mye på bensin- og dieselbilers utslipp av CO_2. Det har blant annet vært hevdet at dieselbiler slipper ut mer CO_2 enn tidligere antatt.

For en ny bilmodell som går på diesel, antas det at en tilfeldig valgt bil har et utslipp X som er normalfordelt med forventning $\mu = 120$ og standardavvik $\sigma = 3.0$. Målinger på forskjellige biler er uavhengige variabler. Måleenheten er gram pr. kilometer.

a) Hva er sannsynligheten for at CO_2-utslipp for en bil av denne nye modellen er over 125?
Finn også sannsynligheten for at CO_2-utslippet er mellom 120 og 125. Tegn inn de funne sannsynlighetene som arealer på en skisse av sannsynlighetstettheten.

b) Hva er sannsynligheten for at gjennomsnittlig utslipp for 3 biler er over 125?
Hva er sannsynligheten for at alle de 3 bilene har CO_2-utslipp mellom 120 og 125?

Oppgave 4

Vi betrakter igjen situasjonen i oppgave 3 med den forskjell at forventningen μ, som er gjennomsnittlig CO_2-utslipp for denne bilmodellen, nå er en ukjent parameter.

Produsenten oppgir at gjennomsnittlig CO_2-utslipp for denne bilmodellen er 120 gram pr. kilometer under standard betingelser for måling av slike utslipp.

For å undersøke om utslippet kan være høyere enn det bilprodusenten oppgir, har en norsk forbruker-organisasjon foretatt målinger av CO_2-utslippet fra 10 nye biler av den aktuelle modellen. Målingene, $X_1, X_2, \dots, X_{10}$, antas å være uavhengige og normalfordelte med forventning μ og standardavvik σ. Resultatene er gitt til slutt i oppgaven.

a) Estimer μ og σ.

Finn et 95% konfidensintervall for μ både dersom vi antar at $\sigma = 3.0$ og dersom vi antar at σ er ukjent.

I punktene b) og c) antar vi at $\sigma = 3.0$.

b) Vi skal teste

$$H_0: \mu = 120 \qquad \text{mot} \qquad H_1: \mu > 120$$

Gjennomfør testingen med signifikansnivå 5 %. Forklar kort hvilken konklusjon forbrukerorganisasjonen kan trekke ut fra denne undersøkelsen.

c) Finn og skisser styrkefunksjonen for testen. Regn spesielt ut styrken for $\mu = 122$ og $\mu = 124$. For hvilken μ-verdi har testen styrke 0.90?

d) Gjennomfør testingen i b) når vi antar at standardavviket σ er ukjent. Bruk også her signifikansnivå 5 % i testen. Er signifikanssannsynligheten for denne testen under 1 %? Svaret skal begrunnes.

Resultater

X (gram pr. kilometer): 123 129 127 125 131 125 121 124 120 125

$$\overline{X} = 125.0 \qquad \sum (X_i - \overline{X})^2 = 102.0$$

Oppgave 5

På porselensfabrikken (omtalt i oppgave 2) pakkes de feilfrie tallerkenene i esker som det klistres en etikett på. Dessverre fusker maskinen som klistrer etikettene, slik at 5 % av eskene mangler etikett. Dette har driftsingeniøren sett seg lei på og bruker en kveld til å justere klistremerkemaskinen. Du kan anta at antall esker som mangler etikett, er binomisk fordelt.

a) Etter justeringen mangler etikett på 8 esker av et parti på 250 esker.

   Vil du på dette grunnlaget påstå at maskinen har blitt bedre på den måten at det nå er under 5 % av eskene som mangler etikett? Formuler dette spørsmålet som en hypotesetest.

   Gjennomfør testingen med signifikansnivå 5 %. Hva blir driftsingeniørens konklusjon?