EKSAMEN
A3894 AVANSERT REGULERINGSTEKNIKK
TORSDAG 14. DESEMBER 200
Tid: kl. 9.00 - 13.00

Klasse: 2PA
Eksamensoppgaven består av: 3 sider, 4 oppgaver, 1 vedlegg
Tillatte hjelpemidler: kalkulator, vedheftet vedlegg

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: David Di Ruscio
Tlf: 51 68, 35 51 15 40

Institutt for prosessautomatisering
Avdeling for teknologiske fag
N-3914 Porsgrunn

Oppgave 1 (15%)
(diskret optimalregulering)

a) Anta en prosess beskrevet med modellen

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \tag{1}$$
$$y_k = Dx_k + Eu_k. \tag{2}$$

Finn det pådraget, u_k, som minimaliserer kriteriet

$$J_k = x_{k+1}^T S x_{k+1} + y_k^T Q y_k + u_k^T P u_k, \tag{3}$$

der S, Q og P er vektmatriser.

b) Foreslå en mulig vektmatrise, S, og evt. tilleggsbetingelser, slik at det optimale pådraget funnet i punkt 1a) er slik at det lukkede systemet er garantert stabilt.

c) Finn nå det optimale pådraget som minimaliserer kriteriet

$$J_k = x_{k+1}^T S x_{k+1} + (r_k - y_k)^T Q (r_k - y_k) + u_k^T P u_k. \tag{4}$$

Oppgave 2 (35%)
(diverse spørsmål)

a) Hva menes med separasjonsteoremet.

b) Hva menes med styrbarhetsgramianmatrisen.

c) Hva menes med dualitetsprinsippet, dvs. estimator og regulator dualitet. Besvar oppgaven med en tabell.

d) Hva menes med detekterbarhet og stabiliserbarhet ?

e) Anta et system

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{5}$$
$$y = Dx, \tag{6}$$

som vi ønsker regulert med

$$u = G\hat{x}, \tag{7}$$

der $\hat{x}$ er ett estimat av x og gitt av en tilstandsestimator.

- Sett opp en tilstandsestimator for beregning av $\hat{x}$.
- Analyser stabiliteten til totalsystemet, dvs. vis hvordan egenverdiene til totalsystemet kan beregnes.

f) Hvilke marginer har man i ett LQ-optimalt reguleringssystem.

g) Beskriv kort prinsippet for prediktiv regulering i diskrete systemer.

Oppgave 3 (40%)
(diskret optimalregulering og prediktiv regulering)

Gitt et system beskrevet med

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k, &(8)\\ y_k &= Dx_k + Eu_k. &(9) \end{aligned}$$

Systemet skal reguleres med en optimal-regulator som minimaliserer kriteriet

$$J_k = x_{k+L}^T S_{k+L} x_{k+L} + \sum_{i=0}^{L-1} (y_{k+i}^T Q_{k+i} y_{k+i} + u_{k+i}^T P_{k+i} u_{k+i}). \tag{10}$$

der S_{k+L}, Q_{k+i} og P_{k+i} $\forall\ i = 0, \ldots, L-1$ er vektmatriser. L er prediksjonshorisont.

a) Finn det optimale pådraget, u_k, som minimaliserer kriteriet (10). Benytt maksimumsprinsippet. Løsningen består av en Riccati ligning med grensebetingelse.

b) Innfør de utvidede vektorene, $y_{k|L}$ og $u_{k|L}$, og skriv om kriteriet i (10) slik at vi får et kriterium uten sum-tegn.

c) Finn ett alternativ uttrykk for det optimale pådraget som ble funnet i punkt 3a). Dette uttrykket kan finnes ved å minimalisere det alternative kriteriet som funnet i punkt 3b).

d) Finn ett uttrykk for minimumsverdien av kriteriet (10).

Oppgave 4 (10%)
(Multivariabel frekvensanalyse)

Gitt systemet beskrevet ved

$$y(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s+1)^2(s+2)^2} & \frac{s(s+1)^2}{(s+1)^2(s+2)^2} \\ \frac{-s(s+1)^2}{(s+1)^2(s+2)^2} & \frac{-s(s+1)^2}{(s+1)^2(s+2)^2} \end{bmatrix} u(s) \tag{11}$$

a) Bestem systemets polpolynom $\pi(s)$ og systemets poler.

b) Bestem systemets nullpunktspolynom $\rho(s)$ og systemets nullpunkter.

Vedlegg

Kontinuerlig optimalregulering

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,u,t) && (12)\\ J &= S(x(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} L(x,u,t)dt && (13) \end{aligned}$$

Det kontinuerlige maksiumumsprinsippet

$$\begin{aligned} H &= L + p^T f && (14)\\ \dot{p} &= -\frac{\partial H}{\partial x} && (15)\\ p(t_1) &= \frac{\partial S}{\partial x}|_{t_1} && (16) \end{aligned}$$

Diskret optimalregulering

$$\begin{aligned} x_{k+1} - x_k &= f(x_k,u_k,k) && (17)\\ J_i &= S(x_N) + \sum_{k=i}^{N-1} L(x_k,u_k,k) && (18) \end{aligned}$$

Det diskrete maksiumumsprinsippet

$$\begin{aligned} H_k &= L(x_k,u_k,k) + p_{k+1}^T(x_{k+1}-x_k) && (19)\\ p_{k+1} - p_k &= -\frac{\partial H_k}{\partial x_k} && (20)\\ p_N &= \frac{\partial S}{\partial x_N} && (21) \end{aligned}$$

Derivasjonsregler

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(Qx) &= Q^T && (22)\\ \frac{\partial}{\partial x}(x^TQx) &= Qx + Q^Tx && (23) \end{aligned}$$