

SCEV3006 Advanced Control

Øving 8

Task 1: Discret optimal control and tracking systems

Work through Task 1 Exam June 1997.

Task 2: Weighting control deviations

We are in this section to work through Example 5.2 in the lecture notes. The example ar about weighting control input deviations in connection with tracking systems.

- a) Assume that we want $y = r$ in steady state. Find the corresponding values for x and u . Specify $r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$ and use the model in Example 5.2. Note: Those steady state values for x and u are to be used as initial values for the simulations of the closed loop controlled system.
- b) Write down the augmented state space model for $x_{k+1} = Ax_k + Bu_k$, $y_k = Dx_k$ og $u_k = u_{k-1} + \Delta u_k$, where Δu_k is treated as a new control action. Discuss the poles of the closed loop system.
- c) Compute the solution, R , of the algebraic Riccati equation and the feedback matrix G . The weighting matrices are as in Example 5.2.
- d) use the MATLAB script-files **main_dlq_rdu.m** and **main_dlq_rdu2.m**. Do some changes in the weighting matrices Q and/or \mathcal{R} and study the responses in y_k and u_k . Modify e.g. such that $Q = qI$ and tune on q e.g. by using the **dread** function as follows,

```
q=0.03; % Default value on, q.  
q=dread('Weighting parameter q=',q); % Gives new value on, q.  
Q=q*eye(2);
```

Task 3: Optimal control of chemical reactor

Work through example 5.2 in note "Discrete LQ optimal control with integral action".

A non-linear model for the chemical reactor is given by.

$$\dot{x}_1 = -k_1x_1 - k_3x_1^2 + (x_{10} - x_1)u, \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = k_1x_1 - k_2x_2 - x_2u, \quad (2)$$

$$y = x_2, \quad (3)$$

der reaksjonskoeffisientene er gitt ved $k_1 = 50$, $k_2 = 100$, $k_3 = 10$. Følgende stasjonærverdier for tilstander og pådrag er gitt: $x_1^s = 2.5$, $x_2^s = 1$ og $u^s = 25$. Konsentrasjonen av stoff A inn til tanken betraktes som en langsomt varierende (konstant) og ukjent forstyrrelse med antatt verdi $x_{10} = 10$ for bruk til simulering av systemet.

- a) Vis at en linearisert kontinuerlig modell rundt de oppgitte stasjonærverdiene er gitt ved

$$\dot{x} = A_c x + B_c u + C_c v, \quad (4)$$

$$y = D_c x, \quad (5)$$

der

$$A_c = \begin{bmatrix} -125 & 0 \\ 50 & -125 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 7.5 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C_c = \begin{bmatrix} 25 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

og

$$x := x - x^s, \quad u := u - u^s, \quad v := v - v^s, \quad y := y - y^s, \quad (7)$$

og der $y^s = D_c x^s$.

- b) Samplingsintervallet er oppgitt å være $h = 0.002$. Vis at en diskret modell (med u konstant i samplingsintervallet) er gitt ved

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Cv_k, \quad (8)$$

$$y = Dx_k, \quad (9)$$

der

$$A = \begin{bmatrix} 0.7788 & 0 \\ 0.0779 & 0.7788 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.0133 \\ -0.0011 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

$$x_k := x_k - x^s, \quad u_k := u_k - u^s, \quad v_k := v_k - v^s, \quad y_k := y_k - y^s. \quad (11)$$

c) Vi ønsker nå å finne en diskret optimalregulator som minimaliserer kriteriet

$$J_i = \frac{1}{2} \sum_{k=i}^{\infty} (q(y_k - r)^2 + p\Delta u_k^2) \quad (12)$$

der $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$ er pådragsendringen fra sample til sample. Finn en optimalregulator av formen

$$u_k = u_{k-1} + G_1 \Delta x_k + G_2 (y_{k-1} - r), \quad (13)$$

der vi har valgt vektparametrene $q = 500$ og $p = 1$. Vis at

$$G_1 = \begin{bmatrix} -23.4261 & -84.5791 \end{bmatrix}, \quad G_2 = -20.0581. \quad (14)$$

- d) Simuler systemet gitt ved (1)-(3) med optimalregulatoren (13)-(14) etter sprang i referansesignalet r rundt den nominelle referanseverdien $r = 1$.
- e) Finn sammenhengen mellom en konvensjonell PI-regulator på endringsform og optimalregulatoren i (13).
- f) Simuler systemet gitt ved (1)-(3) med en konvensjonell PI regulator på endringsform etter sprang i referansesignalet r rundt den nominelle referanseverdien $r = 1$. Du kan benytte $K_p = 46.9$, $T_i = \frac{1}{83.3}$. Dette er en av de bedre PI-regulatorinnstillingene som er funnet.

Tips: Til denne oppgaven er det laget et MATLAB script, **dlq_ex3_du.m**.