

15MA2NA2 - Fysikkoppgaver

Kjetil Liestøl Nielsen

Oppg. 1

- a) Vann har tettheten $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Hvor stort volum trenger vi får å få plass til 15 kg vann?
- b) Hvor mye masse har en gullklump som har formen som en terning med bredde, dybde og høyde lik 1.5 cm? Massetettheten til gull er 19320 kg/m^3 .

Oppg. 2

En mynt med diameter 2.0 cm ligger på bunnen av et 3.0 m dypt basseng.

- a) Hvor stort er vanntrykket på bunnen av bassenget?
- b) Hvor stor er trykkreftene som virker på mynten fra vannet?

Atmosfærestrykket: $1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Oppg. 3

Arkimedes lov sier at oppdriften som virker på en gjenstand nedsunket i en fluid (væske eller gass), er like stor som tyngden av den fortrenkte fluiden.

- a) Forklar hva som menes med fortrenkt fluid.
- b) En ball med volum 0.150 m^3 holdes under vann. Regn ut oppdriften som virker på ballen når hele ballen er under vann.
- c) For å forklare størrelsen på denne kraften til elevene, ønsker du å sammenlikne den med vekta av en stein slik at du kan si no ala "for å holde ballen nedi vannet, må vi dytte ned med en like stor kraft som vi må bruke for å løfte en stein på x kg". Finn størrelsen på x.

Oppg. 4

Varmt vann har lavere tetthet enn kaldt vann. Du ønsker å demonstrere dette til elevene ved å vise at varmt vann veier mindre enn kaldt vann.

- a) Du fyller først et kar med kaldt vann og måler vekta av vannet. Deretter varmer du opp vannet i karet og måler igjen. Til din store forbauselse måler du nøyaktig den samme vekta, selv om varmt vann har lavere tetthet. Forklar dette.
- b) Du fyller to halvlitersflasker med vann, en hvor temperaturen på vannet er 4 grader og en med 60 grader. Regn ut hvor stor presisjon du trenger på vektskåla for å måle en forskjell i vekt. Anta at flaskene er ellers identiske og veier det samme.

Vanntetthet ved 4 grader: 1000 kg/m^3

Vanntetthet ved 60 grader: 983.38 kg/m^3

En liter tilsvarer 0.001 m^3

Oppg. 5

En gjenstand har et volum på 1.2 m^3 . Tettheten til gjenstanden er 25 kg/m^3 .

- a) Regn ut massen til gjenstanden.
- b) Regn ut tyngden til gjenstanden.
- c) Hva blir oppdriften på gjenstanden når $2/3$ av gjenstandens volum er under vann?
- d) Anta at gjenstanden holdes i vannet slik at $2/3$ av gjenstandens volum er under vann. Dersom man slipper gjenstanden, vil den da ligge i ro?

Oppg. 6

En kuleformet ballong med radius på 25 cm fylles med helium. Materialet som ballongen består av, har en masse på 4.0 g.

- a) Regn ut oppdriften som virker på ballongen.
- b) Hvor stor er tyngdegkrafta som virker på den heliumfylte ballongen?
- c) Bruk svaret i a) og b) til å forklare hvorfor ballongen stiger til værs.
- d) Vi vil feste et lodd til ballongen slik at den ikke skal stige til værs. Hva er det minste massen dette loddet kan ha?

Massetettheten til helium: 0.1786 kg / m^3

Massetettheten til luft: 1.225 kg / m^3

Formler

Areak av sirkel $A = \pi r^2$

Volum av kule $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Tetthet $\rho = \frac{m}{V}$

Trykk $p = \frac{F}{A}$

Hydrostatisk trykk $p = p_0 + \rho gh$

Tyngdekraft $G = mg$

Arkimedes lov Oppdriften på et legeme helt eller delvis nedsunket i en fluid (gass eller væske) er like stor som tyngden av den fortrengte fluiden: $F_O = \rho V g$.

Newtons første lov Dersom et legeme ligger i ro, må summen av kreftene som virker på legemet være lik null.

Newtson tredje lov Dersom et legeme A virker på et legeme B med en kraft, så virker legeme B tilbake på legeme A med en kraft som er like stor, men motsatt rettet.

Konstanter $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $p_0 = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Løsningsforslag

Oppg. 1

- a) Vi bruker at tetthet er masse per volum. For å finne volumet, skriver vi om uttrykket for tetthet:

$$\rho = \frac{m}{V}$$
$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{15 \text{ kg}}{1000 \text{ kg/m}^3} = \underline{\underline{0.015 \text{ m}^3}}$$

- b) Vi bruker samme uttrykket for å finne massen til gullklumpen bare at vi nå skriver om for å finne massen:

$$\rho = \frac{m}{V}$$
$$m = \rho V = 19320 \text{ kg/m}^3 \cdot V$$

For å kunne regne ut massen, trenger vi volumet til gullklumpen. Vi får oppgitt at gullet har formen som en terning. Volumet av en terning er lengde gange bredde gange høyde, lbh . Alle sider har lengde 1.5 cm som er lik 0.015 m. Volumet blir da

$$V = lbh = 0.015 \text{ m} \cdot 0.015 \text{ m} \cdot 0.015 \text{ m} = 3.375 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$m = \rho V = 19320 \text{ kg/m}^3 \cdot 3.375 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \approx \underline{\underline{0.065 \text{ kg}}}$$

Oppg. 2

- a) Vi bruker uttrykket for hydrostatisk trykk:

$$p = p_0 + \rho gh$$

hvor $p_0 = 1.01 \cdot 10^5$ Pa er atmosfærestrykket, $g = 9.81$ m/s² er tyngdeakselerasjonen, h er dybden under vannoverflaten og $\rho = 1000$ kg/m³ er tettheten til vann. Trykket ved en dybde på 3.0 m er dermed:

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \rho gh \\ &= 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 3.0 \text{ m} \\ &= 130430 \text{ Pa} \approx \underline{\underline{1.3 \cdot 10^5 \text{ Pa}}} \end{aligned}$$

- b) Trykk er definert som kraft per areal. Mynten har en diameter på 2.0 cm, som vil si at den har en radius på $2.0/2 \text{ cm} = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$. Vi antar at mynten er sirkulær. Arealet av mynten er da:

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot (0.01 \text{ m})^2 = \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Vi bruker så definisjonen på trykk og skriver om for å finne kraften:

$$\begin{aligned} p &= \frac{F}{A} \\ F &= pA = 130430 \text{ Pa} \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 40.975 \text{ N} \approx \underline{\underline{41 \text{ N}}} \end{aligned}$$

Oppg. 3

- a) Når et legeme er nedsenket i en fluid, vil den ta opp plass som vanligvis ville vært fylt med fluiden. Vi kaller dette volumet av denne fluiden for fortrenget fluid. Dette er altså det samme volumet som volumet av den delen av gjenstanden som er nedsunket i fluiden.
- b) Oppdriften er lik tyngden av fortrenget fluid, i dette tilfelle vann. Hele ballen er under vann, så tyngden av fortrenget vann blir lik tyngden av vann med volum lik volumet av ballen. Tettheten til vann er $\rho_v = 1000$ kg/m³. Tyngden til fortrenget vann, G_v , blir dermed:

$$\begin{aligned} G_v &= m_v g = \rho_v V g = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0.150 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \\ &= 1471.5 \text{ N} \approx \underline{\underline{1.47 \text{ kN}}} \end{aligned}$$

Vi har her brukt av massen til det fortrenget vannet $m_v = \rho_v \cdot V$.

- c) For at ballen skal holde seg i ro under vann, må vi dytte med en kraft tilsvarende oppdriften, G_v . For å løfte en stein, må vi løfte med en kraft tilsvarende tyngden av

denne steinen. La oss kalle denne G_s . Dette gir oss:

$$\begin{aligned}G_s &= G_v \\m_s g &= G_v \\m_s &= \frac{G_v}{g} = \frac{1471.5 \text{ N}}{9.81 \text{ m/s}^2} = \underline{\underline{150 \text{ kg}}}\end{aligned}$$

Vi kan altså si at for å holde ballen under vann, må vi dytte med like stor kraft som vi trenger for å løfte en stein på 150 kg. Vi kunne også regnet ut dette ved å regne ut massen av det fortrenkte vannet.

Oppg. 4

- a) Når vi varmer opp det samme vannet, har vi like mange atomer som vi hadde da vannet var kaldt. Like mange atomer betyr at de har samme masse og dermed samme vekt.
- b) Tetthetene til det kalde og varme vannet er oppgitt til å være $\rho_k = 1000 \text{ kg/m}^3$ og $\rho_v = 983.38 \text{ kg/m}^3$. Volumet av flaskene er en halv liter, altså 0.0005 m^3 . Massen til det kalde vannet m_k og det varme vannet m_v er da:

$$\begin{aligned}m_k &= \rho_k V = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0.0005 \text{ m}^3 = 0.5 \text{ kg} \\m_v &= \rho_v V = 983.38 \text{ kg/m}^3 \cdot 0.0005 \text{ m}^3 = 0.49169 \text{ kg}\end{aligned}$$

For å måle en forskjell, må presisjonen til vekta være bedre enn differansen mellom massene, altså:

$$m_k - m_v = 0.5 \text{ kg} - 0.49169 \text{ kg} = 0.00831 \text{ kg} \approx 8.31 \text{ g}$$

Det kalde vannet veier 8.31 gram mer enn det varme. Så lenge vekta klarer å måle helt ned til gram-nivå, så vil man måle en forskjell. Dersom flaskene veier litt forskjellige, er det viktig at man tar hensyn til dette i utregningene.

Oppg. 5

- a) Vi bruker uttrykket for tetthet og får:

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{m}{V} \\m &= \rho V = 25 \text{ kg/m}^3 \cdot 1.2 \text{ m}^3 = \underline{\underline{30 \text{ kg}}}\end{aligned}$$

- b) Tyngden er gitt ved massen til gjenstanden multiplisert med tyngdeakselerasjonen.

$$G = mg = 30 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 = 294.3 \text{ N} \approx \underline{\underline{0.29 \text{ kN}}}$$

- c) Oppdriften på gjenstanden er lik tyngden av fortrengt vann. Dvs. tyngden av vann tilsvarende volumet av gjenstanden som er under vann. Vi får oppgitt at $2/3$ av gjenstandens volum er under vann. Vann har tetthet $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$. Dette gir oss:

$$\begin{aligned} F_0 &= m_v g = \rho_v \cdot \frac{2}{3} V \cdot g \\ F_0 &= 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1.2 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \\ F_0 &= 7848 \text{ N} \approx \underline{\underline{7.8 \text{ kN}}} \end{aligned}$$

- d) Når gjenstanden er i vannet slik at $2/3$ av volumet er under vann, vil den oppleve en oppdrift på rundt 7.8 kN . Samtidig virker det en tyngdekraft på 0.29 kN nedover. Siden oppdriften er større enn tyngdekraften, vil gjenstanden bevege seg oppover når den blir sluppet.

Oppg. 6

- a) Den fortrenkte fluiden er her luft. Volumet av fortrenkt luft, er lik volumet av ballongen siden hele ballongen er i lufta. Ballongen er kuleformet, så volumet blir:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (0.25 \text{ m})^3 = \frac{\pi}{48} \text{ m}^3$$

Oppdriften er lik tyngden til luft med volum tilsvarende ballongen. Tyngden til en gjenstand er gitt ved masse multiplisert med tyngdeakselerasjonen. Oppdriften blir dermed:

$$F_O = mg = \rho_v V g = 1.225 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{\pi}{48} \text{ m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 = 0.7865 \text{ N} \approx \underline{\underline{0.79 \text{ N}}}$$

Vi brukte her at $m = \rho V$, altså massen er lik tettheten multiplisert med volumet.

- b) Tyngden av heliumballongen er lik tyngden til ballongen multiplisert med tyngdeakselerasjonen. Massen til ballongen er lik massen til materialet ballongen er laget av, m_p , pluss massen til heliumet inni ballongen, m_h . For å finne massen til heliumet bruker vi den oppgitte tettheten til helium, ρ_h , og volumet av ballongen. Tyngden er da:

$$\begin{aligned} G &= mg = (m_p + m_h)g = (m_p + \rho_h V)g \\ &= \left(0.004 \text{ kg} + 0.1786 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{\pi}{48} \text{ m}^3 \right) \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \\ &= 0.1539 \text{ N} \approx \underline{\underline{0.15 \text{ N}}} \end{aligned}$$

- c) Oppdriften er en kraft som virker oppover, mens tyngdekraften er en kraft som virker nedover. Tyngdekraften prøver å holde ballongen nede, mens oppdriften prøver å få ballongen til å stige. Siden oppdriften er større enn tyngdekraften på ballongen, vil det virke en netto kraft oppover og ballongen stiger til oppover.
- d) For at ballongen skal holde seg i ro, må summen av kreftene på ballongen være lik null (Newtons første lov). Vi kan derfor feste et lodd til ballongen slik at den i praksis veier mer enn før. Massen til dette loddet må være såpass stor at kreftene som virker nedover på ballongen er lik oppdriften på ballongen. La oss kalle tyngden på dette loddet for G_l . Vi ser på det tilfellet der den totale tyngdekraften på ballongen (tyngden av ballongen, G , pluss tyngden av loddet, G_l) er akkurat lik oppdriften som virker oppover. Da vil summen av kreftene på ballongen være lik null og ballongen vil holde seg i ro. Vi setter opp et regnestykke:

$$\begin{aligned} G + G_l &= F_O \\ G_l &= F_O - G \\ G_l &= 0.7865 \text{ N} - 0.1539 \text{ N} \\ G_l &= 0.6326 \text{ N} \end{aligned}$$

Tyngden av loddet er lik massen til loddet, m_l , multiplisert med tyngdeakselerasjonen. Dette gir oss:

$$\begin{aligned} G_l &= m_l g \\ m_l &= \frac{G_l}{g} = \frac{0.6326 \text{ N}}{9.81 \text{ m/s}^2} \\ m_l &= 0.06448 \text{ kg} \approx \underline{\underline{64 \text{ g}}} \end{aligned}$$