

Løsningsforslag, eksamen i MAT103 våren 2013

Oppgave 1 (vekt 8 %)

- a) Gi en formell definisjon av oddetall.

Løsning: $\{2n + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$ (vanlig versjon) eller $\{2n + 1 \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ (Rinvolds versjon)

- b) Gi et bevis for at produktet av et partall og et oddetall blir et partall.

Løsning: La a være et partall og b være et oddetall. Da er $a = 2m$ og $b = 2n + 1$, der m og n er heltall. Vi har da $ab = 2m(2n + 1) = 2(m(2n + 1)) = 2k$ der k er et heltall.

Oppgave 2 (vekt 20 %)

Gitt følgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}} = (13, 17, 21, 25, 29, \dots)$.

- a) Avgjør om følgen er aritmetisk, geometrisk eller ingen av delene. Begrunn svaret.

Løsning: Følgen er aritmetisk fordi $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = a_5 - a_4 = a_n - a_{n-1}$ er konstant.

- b) Sett opp en rekursiv formel for følgen, og sett opp den deriverte følgen.

Løsning: Rekursiv formel: $a_n = a_{n-1} + 4$

Derivert følge: $(4, 4, 4, 4, 4, \dots)$

- c) Finn en eksplisitt formel for a_n (dvs. ledd nummer n i følgen).

Løsning: $a_n = a_1 + d(n - 1) = 13 + 4(n - 1) = 4n + 9$. (Det går greit å sette to streker under $13 + 4(n - 1)$.)

- d) Finn en eksplisitt formel for summen av de n første leddene i rekken $13 + 17 + 21 + 25 + 29 + \dots$.

Løsning: $S_n = a_1 n + \frac{dn(n-1)}{2} = 13n + \frac{4n(n-1)}{2} = 2n^2 + 11n$. (Det går greit om man ikke har forkortet svaret.)

- e) Gi et bevis for den eksplisitte formelen for summen av en generell rekke S_n av denne typen.

Løsning: $S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + \dots + (a_1 + (n - 1)d) = na_1 + d(1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)) = na_1 + d \cdot \frac{n(n-1)}{2}$

Oppgave 3 (vekt 15 %)

Gitt følgen $(b_n)_{n \in \mathbb{N}} = (5, 25, 53, 89, 133, \dots)$.

- a) Avgjør om følgen er aritmetisk, geometrisk eller ingen av delene. Begrunn svaret.

Løsning: $b_2 - b_1 \neq b_3 - b_2$. Ikke aritmetisk.

$\frac{b_2}{b_1} \neq \frac{b_3}{b_2}$. Ikke geometrisk.

- b) Sett opp en rekursiv formel for b_n (altså ledd nummer n i følgen), og sett opp den deriverte følgen.

Løsning: $b_2 = b_1 + 1 \cdot 8 + 12$

$b_3 = b_2 + 2 \cdot 8 + 12$

$b_4 = b_3 + 3 \cdot 8 + 12$

\vdots

$b_n = b_{n-1} + (n-1) \cdot 8 + 12$

Rekursiv formel er $b_n = b_{n-1} + 8(n-1) + 12$. (Her treng det ikke å forkortes. Vi får bruk for formelen på denne formen her i neste deloppgave.)

Derivert følge: $(20, 28, 36, 44, \dots)$

- c) Finn en eksplisitt formel for b_n (altså ledd nummer n i følgen).

Løsning:

$b_2 - b_1 = 1 \cdot 8 + 12$

$b_3 - b_2 = 2 \cdot 8 + 12$

$b_4 - b_3 = 3 \cdot 8 + 12$

\vdots

$b_n - b_{n-1} = (n-1) \cdot 8 + 12$

Sum venstresidene: $b_n - b_1 = b_n - 5$

Sum høyresidene: $12(n-1) + 8(1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)) = 12(n-1) + 8 \cdot$

$\frac{n(n-1)}{2} = 12n - 12 + 4n^2 - 4n = 4n^2 + 8n - 12$.

Vi setter summen av venstresidene lik summen av høyresidene, og får

$b_n - 5 = 4n^2 + 8n - 12$, hvilket gir oss $b_n = 4n^2 + 8n - 7$. (Her går det også greit hvis man ikke har forenklet svaret.)

Oppgave 4 (vekt 15 %)

- a) Finn minste ikke-negative tall som er kongruent med 54 (mod 7).

Løsning: Vi har $49 \equiv 0 \pmod{7}$. Altså er $54 \equiv 5 \pmod{7}$.

- b) Finn restleddet når vi deler 47^{1135} med 4.

Løsning: Vi har $48 \equiv 0 \pmod{4}$. Altså er $47 \equiv -1 \pmod{4}$. Det følger at $47^{1135} \equiv (-1)^{1135} = -1 \equiv 3 \pmod{4}$.

- c) Bruk niertesten til å vurdere om følgende multiplikasjonsstykke er riktig:

$$28 \cdot 316 = 12028$$

Løsning: Vi har $28 \cdot 316 \equiv (2 + 8) \cdot (3 + 1 + 6) \equiv 1 \cdot 1 = 1 \pmod{9}$ på venstre side. På høyre side har vi $12028 \equiv 1 + 2 + 0 + 2 + 8 \equiv 4 \pmod{9}$. Det følger at det må være en feil i multiplikasjonsstykket.

- d) Følgende melding er kryptert på følgende måte: Bokstavene er blitt byttet ut med sine tilhørende tall (A med 1, B med 2, osv.). Deretter er første tall blitt multiplisert med 2 (mod 29), neste tall er blitt multiplisert med 5 (mod 29), tredje tall er blitt multiplisert med 15 (mod 29), fjerde tall er multiplisert med 3 (mod 29), og femte tall er blitt multiplisert med 2 (mod 29), sjette tall er blitt multiplisert med 5 (mod 29), osv. Slik at vi har en sykel på 2, 5, 15, 3 som gjentar seg selv hele tiden. Den krypterte meldingen – en matrett man spiser på Vestlandet hver torsdag – er som følger:

G E X S J J O G X Y I

Løsning: Vi gjør først bokstavene i meldingen om til tall:

7 5 24 19 10 10 15 7 24 25 9

Dekrypteringen av første tall går ut på at vi finner løsningen til kongruensligningen $2x \equiv 7 \pmod{29}$. Denne løses ved å multiplisere med 15 på begge sider, slik at $x \equiv 7 \cdot 15 = 105 \equiv 18 \pmod{29}$. Dette er en R.

Andre tall dekrypteres ved å løse kongruensligningen $5x \equiv 5 \pmod{29}$, hvilket gjøres ved å multiplisere med 6 på begge sider, slik at $x \equiv 5 \cdot 6 = 30 \equiv 1 \pmod{29}$. Dette er en A.

Tredje tall: $15x \equiv 24 \pmod{29}$, hvilket gir oss $x \equiv 24 \cdot 2 = 48 \equiv 19 \pmod{29}$. Dette er en S.

Fjerde tall: $3x \equiv 19 \pmod{29}$, hvilket gir oss $x \equiv 19 \cdot 10 = 190 \equiv 16 \pmod{29}$. Dette er en P.

Femte tall: $2x \equiv 10 \pmod{29}$, hvilket gir oss $x \equiv 10 \cdot 15 = 150 \equiv 5 \pmod{29}$. Dette er en E.

Sjette tall: $5x \equiv 10 \pmod{29}$, hvilket gir oss $x \equiv 10 \cdot 6 = 60 \equiv 2 \pmod{29}$. Dette er en B.

Syvende tall: $15x \equiv 15 \pmod{29}$, hvilket gir oss $x \equiv 15 \cdot 2 = 30 \equiv 1 \pmod{29}$. Dette er en A.

Åttende tall: $3x \equiv 7 \pmod{29}$, hvilket gir oss $x \equiv 7 \cdot 10 = 70 \equiv 12 \pmod{29}$. Dette er en L.

Niende tall: $2x \equiv 24 \pmod{29}$, hvilket gir oss $x \equiv 24 \cdot 15 = 360 \equiv 12 \pmod{29}$. Dette er en L.

Tiende tall: $5x \equiv 25 \pmod{29}$, hvilket gir oss $x \equiv 25 \cdot 6 = 150 \equiv 5 \pmod{29}$. Dette er en E.

Ellevte tall: $15x \equiv 9 \pmod{29}$, hvilket gir oss $x \equiv 9 \cdot 2 = 18 \pmod{29}$. Dette er en R.

Matretten man spiser på Vestlandet hver torsdag, er altså *raspeballer*.

Oppgave 5 (vekt 12 %)

- a) Forklar hva som menes med største felles divisor (faktor).

Løsning: På godt norsk kan en forklare største felles faktor til to tall som det største tallet begge tallene er delelig med.

- b) Bruk Euclids algoritme til å finne største felles divisor (faktor) til tallene 60 og 285.

Løsning: Vi bruker Euclids algoritme

$$285 = 4 \cdot 60 + 45$$

$$60 = 1 \cdot 45 + 15$$

$$45 = 3 \cdot 15$$

Vi ser her at 15 blir største felles faktor.

- c) Finn minste felles multiplum til tallene 60 og 285.

Løsning. Vi faktoriserer 60 og 285. Det gir oss

$$60 = 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$285 = 3 \cdot 95 = 3 \cdot 5 \cdot 19$$

Vi ser at minste felles multiplum er $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 19 = 1140$

Oppgave 6 (vekt 15 %)

- a) Finn eventuelle løsninger av den diofantiske likningen $3x + 9y = 46$.

Løsning. Denne likningen har ikke noe løsning. Vi ser at 46 ikke er delelig med $\text{sf}(3,9)$. Alternativt kan vi se det direkte ut fra likn

$$3x + 9y = 46$$

$$3(x + 3y) = 46$$

$$x + 3y = \frac{46}{3} = 15,3333$$

Vi ser at det ikke er noen heltall som passer inn her.

- b) Finn den generelle løsningen til den diofantiske likningen $2x + 4y = 8$.

Løsning. Her må vi først dele med 2. Det gir oss likningen

$$x + 2y = 4$$

Vi ser at $x = 2$ og $y = 1$ passer her. Den generelle løsningen blir derfor

$$x = 2 + 2n$$

$$y = 1 - n$$

- c) Fra en bok som er flere hundre år gammel finner vi følgende problemstilling:

En mann kjøper hester og kuer for totalt 1770 kroner. Hver hest koster 31 kroner og hver ku koster 21 kroner. Hvor mange hester og kuer kan han ha kjøpt?

Løs oppgaven over ved å sette opp en diofantisk likning og løs denne.

Løsning. Vi kan sette opp den diofantiske likningen $31x + 21y = 1770$. Her må vi bruke Euclids algoritme både forlengs og baklengs for å finne en løsning.

$$31 = 1 \cdot 21 + 10 \quad \Rightarrow \quad 10 = 1 \cdot 31 - 1 \cdot 21$$

$$21 = 2 \cdot 10 + 1 \quad \Rightarrow \quad 1 = 1 \cdot 21 - 2 \cdot 10$$

Vi nøster dette opp.

$$1 = 1 \cdot 21 - 2 \cdot 10$$

$$1 = 1 \cdot 21 - 2 \cdot (1 \cdot 31 - 1 \cdot 21)$$

$$1 = -2 \cdot 31 + 3 \cdot 21$$

$$31 \cdot (-2) + 21 \cdot 3 = 1$$

Vi sammenlikner dette uttrykket med likningen $31x + 21y = 1$. Vi ser da at

$x = -2$ og $y = 3$ er løsninger av denne likningen. For å finne løsningene av vår likning må vi gange svarene vi fikk med 1770. Det gir oss

$$x = -3540 \text{ og } y = 5310$$

Den generelle løsningen blir da

$$x = -3540 + 21n$$

$$y = 5310 - 31n$$

Her er vi kun interessert i positive løsninger så vi setter løsningene større enn 0. Det gir oss

$$x = -3540 + 21n > 0 \quad \Rightarrow \quad 21n > 3540 \quad \Rightarrow \quad n > 168,6$$

$$y = 5310 - 31n > 0 \quad \Rightarrow \quad 5310 > 31n \quad \Rightarrow \quad n < 171,3$$

Vi ser at det er tre verdier for n som passer og det er 169, 170 og 171. Det gir oss

$$n = 169:$$

$$x = -3540 + 21 \cdot 169 = 9$$

$$y = 5310 - 31 \cdot 169 = 71$$

$$n = 170:$$

$$x = -3540 + 21 \cdot 170 = 30$$

$$y = 5310 - 31 \cdot 170 = 40$$

$$n = 171:$$

$$x = -3540 + 21 \cdot 171 = 51$$

$$y = 5310 - 31 \cdot 171 = 9$$

Han har altså kjøpt enten 9 hester og 71 kuer eller 30 hester og 40 kuer eller 51 hester og 9 kuer.

Oppgave 7 (vekt 15 %)

Klassen din skal starte arbeidet med multiplikasjon for første gang. Beskriv hvordan du vil innføre multiplikasjon i klassen din. Tenkt deg at du har en ramme på 3-4 timer til arbeidet. Momenter som kan være med i besvarelsen, er:

- Hvilket klassetrinn starter du arbeidet.
- Hvilke forutsetninger du legger til grunn at elevene har.

- Hvordan vil du eventuelt bruke konkretisering. Hva vil du eventuelt oppnå med det?
- Trekk inn relevante oppgavetyper som elevene skal jobbe med. Her er det selvsagt nok med noen få eksempeloppgaver.

Begrunn valgene du gjør. Trekk inn LK06, grunnskolebøker, pensumlitteratur og egne erfaringer i beskrivelsen.

Løsning. Det er vanskelig å lage noe fasit på dette. Det er viktig at momentene som er nevnt over er trukket med i besvarelsen.

Formelark MAT103

Summen av de n første heltallene: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Eksplisitt formel for aritmetisk følge: $a_n = a_1 + d(n - 1)$

Eksplisitt formel for geometrisk følge: $a_n = a_1 k^{n-1}$

Eksplisitt formel for summen av en aritmetisk rekke: $S_n = na_1 + d \frac{n(n-1)}{2}$

Eksplisitt formel for summen av en geometrisk rekke: $S_n = a_1 \frac{k^n - 1}{k - 1}$

Summen av en uendelig geometrisk rekke som ikke går mot uendelig: $S = \frac{1}{1-k}$

Niertesten: La a være et helt positivt tall, og $T(a)$ tverrsummen til a .

Niertesten for addisjon: $T(a + b + \dots) \equiv [T(a) + T(b) + \dots] \pmod{9}$

Niertesten for multiplikasjon: $T(a \cdot b \cdot c \dots) \equiv [T(a) \cdot T(b) \cdot T(c) \dots] \pmod{9}$

Kongruensregnereglene:

1. $a \equiv a \pmod{n}$
2. $a \equiv b \pmod{n} \Leftrightarrow b \equiv a \pmod{n}$
3. $a \equiv b \pmod{n}$ og $b \equiv c \pmod{n} \Rightarrow a \equiv c \pmod{n}$
4. $a \equiv b \pmod{n}$ og $c \equiv d \pmod{n} \Rightarrow a + c \equiv b + d \pmod{n}$ og $ac \equiv bd \pmod{n}$
5. $a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow a + c \equiv b + c \pmod{n}$ og $ac \equiv bc \pmod{n}$
6. $a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow a^k \equiv b^k \pmod{n}$

Lineære kongruensligninger: $ax \equiv b \pmod{m}$ har løsning hvis og bare hvis $\text{sf}(a, m) | b$.

Diofantiske likninger

Den lineære diofantiske ligningen $ax + by = c$ har løsning hvis og bare hvis $\text{sf}(a, b) | c$. Dersom løsninger eksisterer, og (x_0, y_0) er en spesiell løsning, er den generelle løsningen:

$$x_n = x_0 + b \cdot n$$

$$y_n = y_0 - a \cdot n$$

Dette forutsetter at $\text{sf}(a, b) = 1$. Dersom $\text{sf}(a, b) \neq 1$, deler vi først begge sider med $\text{sf}(a, b)$.

LÆREPLAN I FELLESFAGET MATEMATIKK

Fastset som forskrift av Kunnskapsdepartementet 24. juni 2010.

Gjeld frå: 1. august 2010

Føremål i faget

Matematikk er ein del av den globale kulturarven vår. Mennesket har til alle tider brukt og

utvikla matematikk for å utforske universet, for å systematisere erfaringar og for å beskrive og forstå samanhengar i naturen og i samfunnet. Ei anna inspirasjonskjelde til utviklinga av faget har vore glede hos menneske over arbeid med matematikk i seg sjølv. Faget grip inn i mange vitale samfunnsområde, som medisin, økonomi, teknologi, kommunikasjon, energiforvaltning og byggjeverksemd. Solid kompetanse i matematikk er dermed ein føresetnad for utvikling av samfunnet. Eit aktivt demokrati treng borgarar som kan setje seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analysar og økonomiske prognosar. På den måten er matematisk kompetanse nødvendig for å forstå og kunne påverke prosessar i samfunnet.

Problemløysing høyrer med til den matematiske kompetansen. Det er å analysere og omforme eit problem til matematisk form, løyse det og vurdere kor gyldig det er. Dette har òg språklege aspekt, som det å resonnerer og kommunisere idear. I det meste av matematisk aktivitet nyttar ein hjelpemiddel og teknologi. Både det å kunne bruke og vurdere hjelpemiddel og teknologi og det å kjenne til avgrensinga deira er viktige delar av faget. Kompetanse i matematikk er ein viktig reiskap for den einskilde, og faget kan leggje grunnlag for å ta vidare utdanning og for deltaking i yrkesliv og fritidsaktivitetar. Matematikk ligg til grunn for viktige delar av kulturhistoria vår og for utviklinga av logisk tenking. På den måten spelar faget ei sentral rolle i den allmenne danninga ved å påverke identitet, tenkjemåte og sjølvforståing.

Matematikkfaget i skolen medverkar til å utvikle den matematiske kompetansen som samfunnet og den einskilde treng. For å oppnå dette må elevane få høve til å arbeide både praktisk og teoretisk. Opplæringa vekslar mellom utforskande, leikande, kreative og problemløysande aktivitetar og ferdigheitstrening. I arbeid med teknologi og design og i praktisk bruk viser matematikk sin nytte som reiskapsfag. I skolearbeidet utnyttar ein sentrale idear, former, strukturar og samanhengar i faget. Det må leggjast til rette for at både jenter og gutar får rike erfaringar som skaper positive haldningar og ein solid fagkompetanse. Slik blir det lagt eit grunnlag for livslang læring.

Struktur

Faget er strukturert i hovudområde som det er formulert kompetansemål for. Hovudområda utfyller kvarandre og må sjåast i samheng.

Faget er eit fellesfag for alle utdanningsprogramma i vidaregåande opplæring. Opplæringa skal difor gjerast mest mogleg relevant for elevane ved å tilpassast dei ulike utdanningsprogramma.

Matematikk har kompetansemål etter 2., 4., 7. og 10. årssteget i grunnskolen og etter Vg1 i studieførebuande og yrkesfaglege utdanningsprogram i vidaregåande opplæring.

Det er to variantar av læreplanen på Vg1. Variant T er meir teoretisk orientert, medan P-varianten er meir praktisk orientert.

Begge variantane gjev i dei studieførebuande utdanningsprogramma generell studiekompetanse saman med enten felles programfag matematikk på Vg2 (2T/2P) eller programfag i matematikk (R1/S1).

Elevar i yrkesfaglege utdanningsprogram skal i Vg1 ha tre femdelar av læreplan matematikk 1P eller 1T:

Matematikk 1T-Y: hovudområda tal og algebra (kompetansemåla 1, 2, 3 og 5)
 geometri (heile hovudområdet)
 funksjonar (kompetansemåla 1, 2 og 4)

Matematikk 1P-Y: hovudområda tal og algebra
 geometri
 økonomi

Oversikt over hovudområde:

Årssteg	Hovudområde					
1.-4.	Tal	Geometri	Måling	Statistikk		
5.-7.	Tal og algebra	Geometri	Måling	Statistikk og sannsyn (bm.: sannsynlighet)		
8.-10.	Tal og algebra	Geometri	Måling	Statistikk, sannsyn og kombinatorikk	Funksjonar	
1T	Tal og algebra	Geometri		Sannsyn	Funksjonar	
1P	Tal og algebra	Geometri		Sannsyn	Funksjonar	Økonomi
1T-Y	Tal og algebra	Geometri			Funksjonar	
1P-Y	Tal og algebra	Geometri				Økonomi

Timetal i faget

Timetala er oppgjevne i einingar på 60 minutt.

BARNESTEGET

1.-4. årssteget: 560 timar

5. -7. årssteget 328 timar

UNGDOMSSTEGET

8.-10. årssteget: 313 timar

STUDIEFØREBUANDE UTDANNINGSPROGRAM

Vg1: 140 timar

YRKESFAGLEGE UTDANNINGSPROGRAM

Vg1: 84 timar

Hovudområde i faget

Tal og algebra

Hovudområdet *tal og algebra* handlar om å utvikle talforståing og innsikt i korleis tal og talbehandling inngår i system og mønster. Med tal kan ein kvantifisere mengder og storleikar. Tal omfattar både heile tal, brøk, desimaltal og prosent. Algebra i skolen generaliserer talrekning ved at bokstavar eller andre symbol representerer tal. Det gjev høve til å beskrive og analysere mønster og samanhengar. Algebra blir òg nytta i samband med hovudområda *geometri* og *funksjonar*.

Geometri

Geometri i skolen handlar mellom anna om å analysere eigenskapar ved to- og tredimensjonale figurar og gjere konstruksjonar og berekningar. Ein studerer dynamiske prosessar, som spegling, rotasjon og forskyving. Hovudområdet omfattar òg det å utføre og beskrive lokalisering og flytting.

Måling

Måling vil seie å samanlikne og oftast knyte ein talstorleik til eit objekt eller ei mengd. Denne prosessen krev at ein bruker måleiningar og høvelege teknikkar, målereiskapar og formlar. Vurdering av resultatet og drøfting av måleusikkerheit er viktige delar av måleprosessen.

Statistikk, sannsyn og kombinatorikk

Statistikk omfattar å planleggje, samle inn, organisere, analysere og presentere data. I analysen av data høyrer det med å beskrive generelle trekk ved datamaterialet. Å vurdere og sjå kritisk på konklusjonar og framstilling av data er sentralt i statistikk. I sannsynsrekning talfester ein kor stor sjanse det er for at ei hending skal skje. I kombinatorikk arbeider ein med systematiske måtar å finne tal på, og det er ofte nødvendig for å kunne berekne sannsyn.

Funksjonar

Ein funksjon beskriv endring eller utvikling av ein storleik som er avhengig av ein annan, på ein eintydig måte. Funksjonar kan uttrykkest på fleire måtar, til dømes med formlar, tabellar og grafar. Analyse av funksjonar går ut på å leite etter spesielle eigenskapar, som kor raskt ei utvikling går, og når utviklinga får spesielle verdiar.

Økonomi

Hovudområdet *økonomi* handlar om berekningar og vurderingar som gjeld økonomiske forhold.

Grunnleggjande ferdigheiter i faget

Grunnleggjande ferdigheiter er integrerte i kompetansemåla, der dei medverkar til å utvikle fagkompetansen og er ein del av han. I matematikk forstå ein grunnleggjande ferdigheiter slik:

Å kunne uttrykke seg munnleg i matematikk inneber å gjere seg opp ei meinig, stille spørsmål, argumentere og forklare ein tankegang ved hjelp av matematikk. Det inneber òg å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte problem og løysingsstrategiar med andre.

Å kunne uttrykkje seg skriftleg i matematikk inneber å løyse problem ved hjelp av matematikk, beskrive og forklare ein tankegang og setje ord på oppdagingar og idear. Ein lagar teikningar, skisser, figurar, tabellar og diagram. I tillegg nyttar ein matematiske symbol og det formelle språket i faget.

Å kunne lese i matematikk inneber å tolke og dra nytte av tekstar med matematisk innhald og med innhald frå daglegliv og yrkesliv. Slike tekstar kan innehalde matematiske uttrykk, diagram, tabellar, symbol, formlar og logiske resonnement.

Å kunne rekne i matematikk utgjør ei grunnstamme i matematikkfaget. Det handlar om problemløysing og utforsking som tek utgangspunkt i praktiske, daglegdagse situasjonar og matematiske problem. For å greie det må ein kjenne godt til og meistre rekneoperasjonane, ha evne til å bruke varierte strategiar, gjere overslag og vurdere kor rimelege svara er.

Å kunne bruke digitale verktøy i matematikk handlar om å bruke slike verktøy til spel, utforsking, visualisering og publisering. Det handlar òg om å kjenne til, bruke og vurdere digitale hjelpemiddel til problemløysing, simulering og modellering. I tillegg er det viktig å finne informasjon, analysere, behandle og presentere data med høvelege hjelpemiddel, og vere kritisk til kjelder, analysar og resultat.

Kompetansemål i faget

Kompetansemål etter 2. årssteget

Tal

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- telje til 100, dele opp og byggje mengder opp til 10, setje saman og dele opp tiargrupper
- bruke tallinja til berekningar og til å vise talstorleikar
- gjere overslag over mengder, telje opp, samanlikne tal og uttrykkje talstorleikar på varierte måtar
- utvikle og bruke varierte reknestrategiar for addisjon og subtraksjon av tosifra tal
- doble og halvere
- kjenne att, samtale om og vidareføre strukturar i enkle talmønster

Geometri

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- kjenne att og beskrive trekk ved enkle to- og tredimensjonale figurar i samband med hjørne, kantar og flater, og sortere og setje namn på figurane etter desse trekka
- kjenne att og bruke spegelsymmetri i praktiske situasjonar
- lage og utforske enkle geometriske mønster og beskrive dei munnleg

Måling

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- samanlikne storleikar som gjeld lengd og areal, ved hjelp av høvelege måleiningar
- nemne dagar, månader og enkle klokkeslett
- kjenne att dei norske myntane og bruke dei i kjøp og sal

Statistikk

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- samle, sortere, notere og illustrere enkle data med teljestrekar, tabellar og søylediagram

Kompetansemål etter 4. årssteget

Tal

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- beskrive plassverdisystemet for dei heile tala, bruke positive og negative heile tal, enkle brøkar og desimaltal i praktiske samanhengar, og uttrykkje talstorleikar på varierte måtar
- gjere overslag over og finne tal ved hjelp av hovudrekning, teljemateriell og skriftlege notat, gjennomføre overslagsrekning med enkle tal og vurdere svar
- utvikle og bruke ulike reknemetodar for addisjon og subtraksjon av fleirsifra tal både i hovudet og på papiret
- bruke den vesle multiplikasjonstabellen og gjennomføre multiplikasjon og divisjon i praktiske situasjonar
- velje rekneart og grunnegje valet, bruke tabellkunnskapar om rekneartane og utnytte enkle samanhengar mellom rekneartane
- eksperimentere med, kjenne att, beskrive og vidareføre strukturar i enkle talmønster

Geometri

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- kjenne att og beskrive trekk ved sirkclar, mangekantar, kuler, sylindrar og enkle polyeder
- teikne og byggje geometriske figurar og modellar i praktiske samanhengar, medrekna teknologi og design
- kjenne att og bruke spegelsymmetri og parallellforskyving i konkrete situasjonar
- lage og utforske geometriske mønster og beskrive dei munnleg
- plassere og beskrive posisjonar i rutenett, på kart og i koordinatsystem, både med og utan digitale verktøy

Måling

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjere overslag over og måle lengd, areal, volum, masse, temperatur, tid og vinklar
- bruke ikkje-standardiserte måleiningar og forklare føremålet med å standardisere måleiningar, og gjere om mellom vanlege måleiningar
- samanlikne storleikar ved hjelp av høvelege målereiskapar og enkel berekning med og utan digitale hjelpemiddel
- løyse praktiske oppgåver som gjeld kjøp og sal

Statistikk

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- samle, sortere, notere og illustrere data med teljestrekar, tabellar og søylediagram, og kommentere illustrasjonane

Kompetansemål etter 7. årssteget

Tal og algebra

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- beskrive plassverdisystemet for desimaltal, rekne med positive og negative heile tal, desimaltal, brøkar og prosent, og plassere dei på tallinja
- finne samnemnar (bm.: fellesnevner) og utføre addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av brøkar
- utvikle og bruke metodar for hovudrekning, overslagsrekning og skriftleg rekning, og bruke lommereknar i berekningar
- beskrive referansesystemet og notasjonen som blir nytta for formlar i eit rekneark, og bruke rekneark til å utføre og presentere enkle berekningar
- stille opp og forklare berekningar og framgangsmåtar, og argumentere for løysingsmetodar
- utforske og beskrive struktur og forandringar i enkle geometriske mønster og talmønster

Geometri

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- analysere eigenskapar ved to- og tredimensjonale figurar og beskrive fysiske gjenstandar innanfor teknologi og daglegliv ved hjelp av geometriske omgrep
- byggje tredimensjonale modellar og teikne perspektiv med eitt forsvinningspunkt
- beskrive og gjennomføre spegling, rotasjon og parallellforskyving
- bruke koordinatar til å beskrive plassering og rørsle i eit koordinatsystem, på papiret og digitalt
- bruke koordinatar til å berekne avstandar parallelt med aksane i eit koordinatsystem

Måling

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- velje høvelege målereiskapar og gjere praktiske målingar i samband med daglegliv og teknologi, og vurdere resultatane ut frå presisjon og måleusikkerheit
- gjere overslag over og måle storleikar for lengd, areal, masse, volum, vinkel og tid, og bruke tidspunkt og tidsintervall i enkle berekningar
- velje høvelege måleiningar og rekne om mellom ulike måleiningar
- forklare oppbygginga av mål for areal og volum og berekne omkrins og areal, overflate og volum av enkle to- og tredimensjonale figurar
- bruke målestokk til å berekne avstandar og lage enkle kart og arbeidsteikningar
- bruke forhold i praktiske samanhengar, rekne med fart og rekne om mellom valutaer

Statistikk og sannsyn

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- planleggje og samle inn data i samband med observasjonar, spørjeundersøkingar og eksperiment
- representere data i tabellar og diagram som er framstilte digitalt og manuelt, og lese, tolke og vurdere kor nyttige dei er
- finne median, typetal og gjennomsnitt av enkle datasett og vurdere dei i høve til kvarandre
- vurdere sjansar i daglegdagse samanhengar, spel og eksperiment og berekne sannsyn i enkle situasjonar

Kompetansemål etter 10. årssteget

Tal og algebra

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- samanlikne og rekne om heile tal, desimaltal, brøkar, prosent, promille og tal på standardform, og uttrykkje slike tal på varierte måtar
- rekne med brøk, utføre divisjon av brøkar og forenkle brøkuttrykk
- bruke faktorar, potensar, kvadratrøter og primtal i berekningar
- utvikle, bruke og gjere greie for metodar i hovudrekning, overslagsrekning og skriftleg rekning med dei fire rekneartane
- behandle og faktorisere enkle algebrauttrykk, og rekne med formlar, parentesar og brøkuttrykk med eitt ledd i nemnaren
- løyse likningar og ulikskapar av første grad og enkle likningssystem med to ukjende
- setje opp enkle budsjett og gjere berekningar omkring privatøkonomi
- bruke, med og utan digitale hjelpemiddel, tal og variablar i utforsking, eksperimentering, praktisk og teoretisk problemløysing og i prosjekt med teknologi og design

Geometri

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- analysere, også digitalt, eigenskapar ved to- og tredimensjonale figurar og bruke dei i samband med konstruksjonar og berekningar
- utføre og grunngje geometriske konstruksjonar og avbildingar med passar og linjal og andre hjelpemiddel
- bruke formlikskap og Pytagoras' setning i berekning av ukjende storleikar
- tolke og lage arbeidsteikningar og perspektivteikningar med fleire forsvinningspunkt ved å bruke ulike hjelpemiddel
- bruke koordinatar til å avbilde figurar og finne eigenskapar ved geometriske former
- utforske, eksperimenterer med og formulere logiske resonnement ved hjelp av geometriske idear, og gjere greie for geometriske forhold som har særleg mykje å seie i teknologi, kunst og arkitektur

Måling

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjere overslag over og berekne lengd, omkrins, vinkel, areal, overflate, volum og tid, og bruke og endre målestokk
- velje høvelege måleiningar, forklare samanhengar og rekne om mellom ulike måleiningar, bruke og vurdere måleinstrument og målemetodar i praktisk måling, og drøfte presisjon og måleusikkerheit
- gjere greie for talet π og bruke det i berekningar av omkrins, areal og volum

Statistikk, sannsyn og kombinatorikk

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjennomføre undersøkingar og bruke databasar til å søkje etter og analysere statistiske data og vise kjeldekritikk
- ordne og gruppere data, finne og drøfte median, typetal, gjennomsnitt og variasjonsbreidd, og presentere data med og utan digitale verktøy
- finne sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i daglegdagse samanhengar og spell
- beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal
- vise med døme og finne dei moglege løysingane på enkle kombinatoriske problem

Funksjonar

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- lage, på papiret og digitalt, funksjonar som beskriv numeriske samanhengar og praktiske situasjonar, tolke dei og omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar, som grafar, tabellar, formlar og tekst
- identifisere og utnytte eigenskapane til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og enkle kvadratiske funksjonar, og gje døme på praktiske situasjonar som kan beskrivast med desse funksjonane

Kompetansemål etter 1T – Vg1 studieførebuande utdanningsprogram

Tal og algebra

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- tolke, tilarbeide og vurdere det matematiske innhaldet i ulike tekstar
- bruke matematiske metodar og hjelpemiddel til å løyse problem frå ulike fag og samfunnsområde
- rekne med potensar med rasjonal eksponent og tal på standardform, bokstavuttrykk, formlar, parentesuttrykk og rasjonale og kvadratiske uttrykk med tal og bokstavar, og bruke kvadratsetningane til å faktorisere algebrauttrykk
- løyse likningar, ulikskapar og likningssystem av første og andre grad og enkle likningar med eksponential- og logaritmefunksjonar, både med rekning og med digitale hjelpemiddel
- omforme ei praktisk problemstilling til ei likning, ein ulikskap eller eit likningssystem, løyse det og vurdere kor gyldig løysinga er

Geometri

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjere greie for definisjonane av sinus, cosinus og tangens og bruke trigonometri til å berekne lengder, vinklar og areal i vilkårlege trekantar
- bruke geometri i planet til å analysere og løyse samansette teoretiske og praktiske problem knytte til lengder, vinklar og areal

Sannsyn

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- formulere, eksperimentere med og drøfte enkle uniforme og ikkje-uniforme sannsynsmodellar
- berekne sannsyn ved hjelp av systematiske oppstillingar, og bruke addisjonssetninga og produktsetninga
- bruke omgrepa uavhengnad (bm.: uavhengighet) og vilkårsbunde (bm.: betinget) sannsyn i enkle situasjonar
- lage binomiske sannsynsmodellar ut frå praktiske døme, og berekne binomisk sannsyn ved hjelp av formlar og digitale hjelpemiddel

Funksjonar

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjere greie for funksjonsomgrepet og teikne grafar ved å analysere funksjonsomgrepet
- berekne nullpunkt, skjæringspunkt og gjennomsnittleg vekstfart, finne tilnærma verdiar for momentan vekstfart og gje nokre praktiske tolkingar av desse aspekta
- gjere greie for definisjonen av den deriverte, bruke definisjonen til å utleie ein derivasjonsregel for polynomfunksjonar og bruke denne regelen til å drøfte funksjonar
- lage og tolke funksjonar som beskriv praktiske problemstillingar, analysere empiriske funksjonar og finne uttrykk for ein tilnærma lineær funksjon
- bruke digitale hjelpemiddel til å drøfte polynomfunksjonar, rasjonale funksjonar, eksponentialfunksjonar og potensfunksjonar

Kompetansemål etter 1P – Vg1 studieførebuande utdanningsprogram

Tal og algebra

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjere overslag over svar, rekne praktiske oppgåver, med og utan tekniske hjelpemiddel, og vurdere kor rimelege resultata er
- tolke, tilarbeide, vurdere og diskutere det matematiske innhaldet i skriftlege, munnlege og grafiske framstillingar
- tolke og bruke formlar som gjeld daglegliv, yrkesliv og programområde
- rekne med forhold, prosent, prosentpoeng og vekstfaktor
- behandle proporsjonale og omvendt proporsjonale storleikar i praktiske samanhengar

Geometri

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- bruke formlikskap, målestokk og Pytagoras' setning til berekningar og i praktisk arbeid
- løyse praktiske problem som gjeld lengd, vinkel, areal og volum
- rekne med ulike måleiningar, bruke ulike målereiskapar, og vurdere målenøyaktigheit
- tolke og framstille arbeidsteikningar, kart, skisser og perspektivteikningar knytte til yrkesliv, kunst og arkitektur

Økonomi

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- rekne med prisindeks, kroneverdi, reallønn og nominell lønn
- gjere lønnsberekningar, budsjettering og rekneskap ved hjelp av ulike verktøy
- berekne skatt og avgifter
- undersøkje og vurdere forbruk og ulike høve til lån og sparing ved hjelp av nettbaserte forbrukarkalkulatorar

Sannsyn

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- lage døme og simuleringar av tilfeldige hendingar og gjere greie for omgrepet sannsyn
- berekne sannsyn ved å telje opp alle gunstige og alle moglege utfall frå tabellar og ved å systematisere opteljingar og bruke addisjonssetninga og produktsetninga i praktiske samanhengar

Funksjonar

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- undersøkje funksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å fastsetje skjeringspunkt, nullpunkt, ekstremalpunkt og stiging, og tolke den praktiske verdien av resultatata
- omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar
- gjere greie for omgrepet lineær vekst, vise gangen i slik vekst og bruke dette i praktiske døme, også digitalt

Kompetansemål etter 1T-Y – Vg1 yrkesfaglege utdanningsprogram

Tal og algebra

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- tolke, tilarbeide og vurdere det matematiske innhaldet i ulike tekstar
- bruke matematiske metodar og hjelpemiddel til å løyse problem frå ulike fag og samfunnsområde
- rekne med potensar med rasjonal eksponent og tal på standardform, bokstavuttrykk, formlar, parentesuttrykk og rasjonale og kvadratiske uttrykk med tal og bokstavar, og bruke kvadratsetningane til å faktorisere algebrauttrykk
- omforme ei praktisk problemstilling til ei likning, ein ulikskap eller eit likningssystem, løyse det og vurdere kor gyldig løysinga er

Geometri

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjere greie for definisjonane av sinus, cosinus og tangens og bruke trigonometri til å berekne lengder, vinklar og areal i vilkårlege trekantar
- bruke geometri i planet til å analysere og løyse samansette teoretiske og praktiske problem knytte til lengder, vinklar og areal

Funksjonar

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjere greie for funksjonsomgrepet og teikne grafar ved å analysere funksjonsomgrepet
- berekne nullpunkt, skjæringspunkt og gjennomsnittleg vekstfart, finne tilnærma verdiar for momentan vekstfart og gje nokre praktiske tolkingar av desse aspekta
- lage og tolke funksjonar som beskriv praktiske problemstillingar, analysere empiriske funksjonar og finne uttrykk for ein tilnærma lineær funksjon

Kompetansemål etter 1P-Y – Vg1 yrkesfaglege utdanningsprogram

Tal og algebra

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjere overslag over svar, rekne praktiske oppgåver, med og utan tekniske hjelpemiddel, og vurdere kor rimelege resultatane er
- tolke, tilarbeide, vurdere og diskutere det matematiske innhaldet i skriftlege, munnlege og grafiske framstillingar
- tolke og bruke formlar som gjeld daglegliv, yrkesliv og programområde
- rekne med forhold, prosent, prosentpoeng og vekstfaktor
- behandle proporsjonale og omvendt proporsjonale storleikar i praktiske samanhengar

Geometri

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- bruke formlikskap, målestokk og Pytagoras' setning til berekningar og i praktisk arbeid
- løyse praktiske problem som gjeld lengd, vinkel, areal og volum
- rekne med ulike måleiningar, bruke ulike målereiskapar, og vurdere målenøyaktigheit
- tolke og framstille arbeidsteikningar, kart, skisser og perspektivteikningar knytte til yrkesliv, kunst og arkitektur

Økonomi

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- rekne med prisindeks, kroneverdi, reallønn og nominell lønn
- gjere lønnsberekningar, budsjettering og rekneskap ved hjelp av ulike verktøy
- berekne skatt og avgifter
- undersøkje og vurdere forbruk og ulike høve til lån og sparing ved hjelp av nettbaserte forbrukarkalkulatorar

Vurdering i faget

Fellesfaget matematikk

Retningslinjer for sluttvurdering:

Standpunktvurdering

Årssteg	Ordning
10. årssteget	Elevane skal ha ein standpunktkarakter.
Vg1 yrkesfaglege utdanningsprogram	
Vg1 studieførebuande utdanningsprogram	Elevane skal ha ein standpunktkarakter.

Eksamen for elever

Årssteg	Ordning
10. årssteget	Elevane kan trekkjast ut til ein skriftleg eksamen. Skriftleg eksamen blir utarbeidd og sensurert sentralt. Elevane kan òg trekkjast ut til ein munnleg eksamen. Munnleg eksamen blir utarbeidd og sensurert lokalt.
Vg1 yrkesfaglege utdanningsprogram	Elevane kan trekkjast ut til ein skriftleg eller ein munnleg eksamen. Skriftleg eksamen blir utarbeidd og sensurert lokalt. Munnleg eksamen blir utarbeidd og sensurert lokalt.
Vg1 studieførebuande utdanningsprogram	Elevane kan trekkjast ut til ein skriftleg eller ein munnleg eksamen. Skriftleg eksamen blir utarbeidd og sensurert sentralt. Munnleg eksamen blir utarbeidd og sensurert lokalt.

Eksamen for privatistar

Årssteg	Ordning
10. årssteget	Sjå ordninga som gjeld for grunnskoleopplæring for vaksne.
Vg1 yrkesfaglege utdanningsprogram	Privatistane skal opp til ein skriftleg eksamen. Eksamen blir utarbeidd og sensurert lokalt.
Vg1 studieførebuande utdanningsprogram	Privatistane skal opp til ein skriftleg eksamen. Eksamen blir utarbeidd og sensurert sentralt.

Dei generelle retningslinene om vurdering er fastsette i forskrifta til opplæringslova.