**Oppgaver derivasjon**

Bruk definisjonen på den deriverte til å regne ut den deriverte til følgende stykker

Oppgave 1

$$f(x)=x^{2}-5x+3$$

Oppgave 2

$$f(x)=2x^{2}+3x$$

Oppgave 3

$$f(x)=3x^{2}-4x+6$$

Oppgave 4

$$f\left(x\right)=x^{2}+2$$

Oppgave 5

$$f\left(x\right)=3x^{2}+2x+1$$

Oppgave 6

$$f\left(x\right)=x^{3}+2x^{2}-4x+2$$

**Fasit**

Oppgave 1

$$f(x)=x^{2}-5x+3$$

Vi regner ut

$$\frac{f\left(x+∆x\right)-f(x)}{∆x}$$

Vi får da

$$\frac{\left(x+∆x\right)^{2}-5\left(x+∆x\right)+3-\left(x^{2}-5x+3\right)}{∆x}=$$

$$\frac{x^{2}+2x∙∆x+\left(∆x\right)^{2}-5x-5∆x+3-x^{2}+5x-3}{∆x}=$$

$$\frac{2x∙∆x+\left(∆x\right)^{2}-5∆x}{∆x}=$$

$$\frac{∆x(2x+∆x-5)}{∆x}=$$

$$2x+∆x-5$$

Når $∆x$ går mot 0 står vi igjen med at

$$f^{'}\left(x\right)=2x-5$$

Oppgave 2

$$f(x)=2x^{2}+3x$$

Vi regner ut

$$\frac{f\left(x+∆x\right)-f(x)}{∆x}$$

Vi får da

$$\frac{2\left(x+∆x\right)^{2}+3\left(x+∆x\right)-\left(2x^{2}+3x\right)}{∆x}=$$

$$\frac{2x^{2}+4x∙∆x+2\left(∆x\right)^{2}+3x+3∆x-2x^{2}-3x}{∆x}=$$

$$\frac{4x∙∆x+2\left(∆x\right)^{2}+3∆x}{∆x}=$$

$$\frac{∆x(4x+2∆x+3)}{∆x}=$$

$$4x+2∆x+3$$

Når $∆x$ går mot 0 står vi igjen med at

$$f^{'}\left(x\right)=4x+3$$

Oppgave 3

$$f(x)=3x^{2}-4x+6$$

Vi regner ut

$$\frac{f\left(x+∆x\right)-f(x)}{∆x}$$

Vi får da

$$\frac{3\left(x+∆x\right)^{2}-4\left(x+∆x\right)+6-\left(3x^{2}-4x+6\right)}{∆x}=$$

$$\frac{3x^{2}+6x∙∆x+3\left(∆x\right)^{2}-4x-4∆x+6-3x^{2}+4x-6}{∆x}=$$

$$\frac{6x∙∆x+3\left(∆x\right)^{2}-4∆x}{∆x}=$$

$$\frac{∆x(6x+3∆x-4)}{∆x}=$$

$$6x+3∆x-4$$

Når $∆x$ går mot 0 står vi igjen med at

$$f^{'}\left(x\right)=6x-4$$

Oppgave 4

$$f\left(x\right)=x^{2}+2$$

Vi regner ut

$$\frac{f\left(x+∆x\right)-f(x)}{∆x}$$

Vi får da

$$\frac{\left(x+∆x\right)^{2}+2-\left(x^{2}+2\right)}{∆x}=$$

$$\frac{x^{2}+2x∙∆x+\left(∆x\right)^{2}+2-x^{2}-2}{∆x}=$$

$$\frac{2x∙∆x+\left(∆x\right)^{2}}{∆x}=$$

$$\frac{∆x(2x+∆x)}{∆x}=$$

$$2x+∆x$$

Når $∆x$ går mot 0 står vi igjen med at

$$f^{'}\left(x\right)=2x$$

Oppgave 5

$$f\left(x\right)=3x^{2}+2x+1$$

Vi regner ut

$$\frac{f\left(x+∆x\right)-f(x)}{∆x}$$

Vi får da

$$\frac{3\left(x+∆x\right)^{2}+2\left(x+∆x\right)+1-\left(3x^{2}+2x+1\right)}{∆x}=$$

$$\frac{3x^{2}+6x∙∆x+3\left(∆x\right)^{2}+2x+2∆x+1-3x^{2}-2x-1}{∆x}=$$

$$\frac{6x∙∆x+3\left(∆x\right)^{2}+2∆x}{∆x}=$$

$$\frac{∆x(6x+3∆x+2)}{∆x}=$$

$$6x+3∆x+2$$

Når $∆x$ går mot 0 står vi igjen med at

$$f^{'}\left(x\right)=6x+2$$

Oppgave 6

*Denne er litt slem siden vi får et parentes opphøyd i tredje. Tror neppe vi spør om det til eksamen.*

$$f\left(x\right)=x^{3}+2x^{2}-4x+2$$

Vi regner ut

$$\frac{f\left(x+∆x\right)-f(x)}{∆x}$$

Vi får da

$$\frac{\left(x+∆x\right)^{3}+2\left(x+∆x\right)^{2}-4\left(x+∆x\right)+2-\left(x^{3}+2x^{2}-4x+2\right)}{∆x}=$$

$$\frac{x^{3}+3x^{2}∙∆x+3x∙\left(∆x\right)^{2}+\left(∆x\right)^{3}+2x^{2}+4x∙∆x+2\left(∆x\right)^{2}-4x-4∆x+2-x^{3}-2x^{2}+4x-2}{∆x}$$

$$\frac{3x^{2}∙∆x+3x∙\left(∆x\right)^{2}+\left(∆x\right)^{3}+4x∙∆x+2\left(∆x\right)^{2}-4∆x}{∆x}=$$

$$\frac{∆x( 3x^{2}+3x∙∆x+\left(∆x\right)^{2}+4x+2∆x-4)}{∆x}=$$

$$3x^{2}+3x∙∆x+\left(∆x\right)^{2}+4x+2∆x-4$$

Når $∆x$ går mot 0 står vi igjen med at

$$f^{'}\left(x\right)=3x^{2}+4x-4$$

*Kommentarer til utregning.*

Underveis benytter vi at

$$\left(x+∆x\right)^{3}=x^{3}+3x^{2}∙∆x+3x∙\left(∆x\right)^{2}$$

Den kan finnes på følgende måte

$$\left(x+∆x\right)^{3}=\left(x+∆x\right)\left(x+∆x\right)^{2}=\left(x+∆x\right)\left(x^{2}+2x∙∆x+\left(∆x\right)^{2}\right)=$$

$$x^{3}+2x^{2}∙∆x+x∙\left(∆x\right)^{2}+∆x∙x^{2}+2x∙\left(∆x\right)^{2}+\left(∆x\right)^{3}=$$

$$x^{3}+3x^{2}∙∆x+3x∙\left(∆x\right)^{2}+\left(∆x\right)^{3}$$